

修士論文

Hall-MHDシミュレーションによる
無衝突磁気リコネクションの研究

名古屋大学大学院理学研究科
素粒子宇宙物理学専攻 宇宙地球物理系
玉川貴文

平成15年1月

要旨

本研究では、太陽風 - 磁気圏結合の中でも特に重要な機構の一つである、地球磁気圏前面の境界面における無衝突プラズマ中の磁気リコネクションの物理特性を理解するために、2次元 Hall-MHD シミュレーションを用いて、惑星間空間磁場の南北成分が定常的に南を向いている場合に、リコネクションが起きている領域でどのような磁場、及び電流系が作り出されるかという問題について、特に Hall 効果に重点をおいて通常の MHD シミュレーションとの比較を行いつつ研究を行った。

そもそもこのシミュレーションコードは以前に、冷たいプラズマによって構成される電離圏のエレクトロダイナミクスの研究に用いられたもので、今回それに改良を加え、磁気リコネクションに適用した。通常の MHD シミュレーションで再現される磁場、電流、そして電場のプロファイルと、Hall-MHD シミュレーションから得られるこれらの物理量とは大きく様子が異なっており、リコネクション面を貫く Hall 磁場、及びそれとコンシステントな面内を流れる Hall 電流を再現することができた。そしてこれらの Hall 効果と、電子とイオンの運動との関連を定量的に評価することができた。

Hall-MHD シミュレーションの場合、リコネクション領域において、つなぎ替わった磁力線の磁気張力は、通常の MHD シミュレーションの場合より大きく、圧力勾配力については MHD の場合の方が若干大きいという結果を得た。そして両者の大きさを比べると、磁気張力による力の方が圧倒的に上回っており、プラズマ粒子は、この磁気張力 $J \times B$ 力によって加速される。即ち、リコネクション領域全域に渡って、 $J \times B$ 力が支配的な駆動源であった。

磁場のつなぎ替わる領域から、下流に放たれるイオン及び電子速度について同様に調べたところ、MHD においてはそれらの速度に一切相違はなく全く等しい速度となっていた。一方 Hall-MHD の場合、イオン速度は MHD シミュレーションの場合の速度と同じプロファイルであったが、電子速度については MHD の場合の数倍の速度に加速されていた。

即ち、Hall 効果の付加により磁気張力も増幅され、リコネクション領域からのプラズマの流出速度が高められたことから、Hall 効果はリコネクションを増進するという結果を得た。

目次

第1章	イントロダクション	1
1.1	太陽風	1
1.2	地球磁気圏の構造	2
1.3	磁気圏へのプラズマ侵入	2
1.4	磁力線凍結 (Frozen-in) の原理	5
1.5	磁気リコネクション	5
1.6	本研究の目的	10
第2章	Hall-MHD 方程式	11
2.1	Hall-MHD 方程式の導出	11
2.2	方程式の無次元化	13
2.3	偏微分方程式の数値解法	16
2.3.1	中心差分と前進差分	16
2.3.2	FTCS スキーム	17
2.3.3	Lax-Friedrich 差分スキーム	17
第3章	シミュレーションモデル	19
3.1	計算格子	19
3.2	初期条件	19
3.3	境界条件	22
3.4	1ステップ目の状態	23
第4章	結果	33
第5章	議論及び今後の課題	47
5.1	考察	47
5.2	今後の課題	48
	Appendix	51
	謝辞	53
	参考文献	55

目 次

1.1	太陽から放出されるエネルギーと宇宙環境の概念図 [宇宙環境科学より]。地球およびその周辺の宇宙環境は、太陽から放出されるエネルギーに支配されている。	1
1.2	地球磁気圏の構造図 [南極の科学 2 より]。地球磁場が太陽風の影響によって前面は圧力を受けて圧縮され衝撃波面を形成し、後ろ側では磁力線が流されている様子になっている。	3
1.3	磁気圏対流の概念図 [<i>Dungey, 1961</i> より]。磁気圏中のプラズマ、及び地球磁場の大規模な流れを示した図である。	4
1.4	地球磁気圏境界の構造 (カスプ) [南極の科学 2 より]。太陽風粒子が磁気圏へと侵入する主な経路の一つであるカスプ領域周辺の図である。	4
1.5	磁力線の再結合を示す模式図 [宇宙環境科学より]。点線で示された上下 2 本の磁力線が X 点で繋ぎ替わり、新たなペアの磁力線が左右にできる。	6
1.6	Sweet-Parker のモデル [<i>Biskamp, 2000</i> より]。圧力勾配力 ∇p によってプラズマは Sweet-Parker sheet から追い出される。	8
1.7	Petschek の slow shock モデル [<i>Biskamp, 2000</i> より]。リコネクションはつながり替わった磁力線の張力により駆動されるとした。また、プラズマの流れの方向転換をショックという概念を導入して説明している。	8
1.8	Mozer によるモデル [<i>Mozer, 2002</i> より]。拡散領域の多重構造と Hall 電場、Hall 磁場、及び Hall 電流の構造を示している。	9
2.1	Lax-Friedrich 差分スキームの概念図。点線、実線はそれぞれ時間微分、空間微分の関係を表す。	18
3.1	初期磁場配位	20
3.2	対称境界の関係図。境界線の左側がシミュレーションボックス内、右側が境界より外を表している。	22
3.3	プラズマ密度 N のコンター・プロット (上図) と曲面プロット (下図)	24
3.4	磁場 B_z のコンター・プロット (上図) と磁力線の矢印プロット (下図)	25
3.5	圧力 P のコンター・プロット (上図) と曲面プロット (下図)	26
3.6	電流 J_y のコンター・プロット (上図) と曲面プロット (下図)	27
3.7	抵抗 η の配位電場 (上図) と電場 E_y の曲面プロット (下図)	28

3.8	イオン速度 V_x の曲面プロット (上図) と $x-z$ 面内のイオン速度の矢印プロット (下図)	29
3.9	電子速度 U_x の曲面プロット (上図) と $x-z$ 面内の矢印プロット (下図)	30
3.10	イオン速度 V_y のコンター・プロット (上図) と曲面プロット (下図)	31
3.11	電子速度 U_y のコンター・プロット (上図) と曲面プロット (下図) . .	32
4.1	矢印による磁力線のプロット (上図) と磁気圧のコンター・プロット (下図)	34
4.2	磁場 B_z のコンター・プロット (上図) と曲面プロット (下図)	35
4.3	電流 J_y のコンター・プロット (上図) と曲面プロット (下図)	36
4.4	磁場 B_y のコンター・プロット (上図) と曲面プロット (下図)	37
4.5	$x-z$ 面内を流れる電流の矢印によるプロット	38
4.6	電子速度 U_z のコンター・プロット (上図) と曲面プロット (下図)	39
4.7	イオン速度 V_z のコンター・プロット (上図) と曲面プロット (下図) . . .	40
4.8	$x = 56$ ($= 10 \text{ km}$) におけるイオン及び電子速度の z 成分について Hall-MHD シミュレーションと MHD とを比較した図 (上図) と、Hall-MHD シミュレーションを行った場合の $x = 51$ ($= 0 \text{ km}$) におけるアルヴェン速度、電子及びイオン速度 (左軸) の z 成分と $(J \times B/n)_z$ 、及び圧力勾配 $(-\nabla p/n)_z$ (右軸) とを比較したもの (下図)。ただし図中の値は規格化された値を用いた。	41
4.9	$x = 51$ ($= 0 \text{ km}$) における $(J \times B/n)_z$ と $(-\nabla p/n)_z$ について Hall-MHD シミュレーションを行った場合と MHD の場合とを比較した図 (上図) と $z = 71$ ($= 40 \text{ km}$) における Hall-MHD、MHD のそれぞれの場合での $(J \times B/n)_z$ 、及び $(-\nabla p/n)_z$ (左軸) と電場 E_z (右軸) をプロットしたもの (上図)。ただし図中の値は規格化された値を用いた。	42
4.10	電場 E_x のコンター・プロット (上図) と曲面プロット (下図)	43
4.11	電場 E_z のコンター・プロット (上図) と曲面プロット (下図)	44
4.12	$x = 71$ ($= 40 \text{ km}$) における電子、イオン及び $(E \times B)_x$ ドリフト速度 (左軸) と電場 E_x (右軸) を Hall-MHD、MHD それぞれの場合で比較した図 (下図)。ただし図中の値は規格化された値を用いた。	45
1	2 step Lax-Wendroff 計算法の概念図	52

第1章 イントロダクション

1.1 太陽風

太陽は膨大なエネルギーを光や電磁波として絶えず宇宙空間に放射している。地球電離圏や大気の構造はこのエネルギーによって支配されている。太陽の大気は非常に高い温度をもっており、特に太陽大気の最も外側の領域にある太陽コロナは百万度を超える高温になっている。そのため、大気はほとんど完全に電離して、イオンと電子に分かれ、全体としては電気的に中性な気体になっている。このような気体をプラズマと呼ぶ。太陽がときおり起こす太陽フレアやコロナガス噴出 (coronal mass ejection : CME) はエネルギーを爆発的に放出し宇宙環境に激しい変化をもたらす現象であるが、特にコロナガスは100万度もの高温で熱伝導がよいため、動径方向の温度勾配が重力の現象に比べて緩やかである。このため、太陽近くではガスは重力に捕らえられているが、遠くになると運動エネルギーが重力に打ち勝ってガスが外へ流れ出すようになる。このようなコロナガスの定常的な流れを太陽風 (solar wind) という。

地球軌道周辺での太陽風は $300 - 800 [km/s]$ という速度をもち、10万度もの高温になっている。また地球近くでの太陽風中のプラズマの平均密度は $1 - 10 個/cm^3$ である。さらに太陽は $10^{-4}T$ 程度の磁場を持っており、これらの磁場は太陽風に引きずられて、惑星間空間磁場 (Interplanetary Magnetic Field : IMF) を構成し、太陽風による惑星周辺環境の擾乱に重要な役割を果たしている。

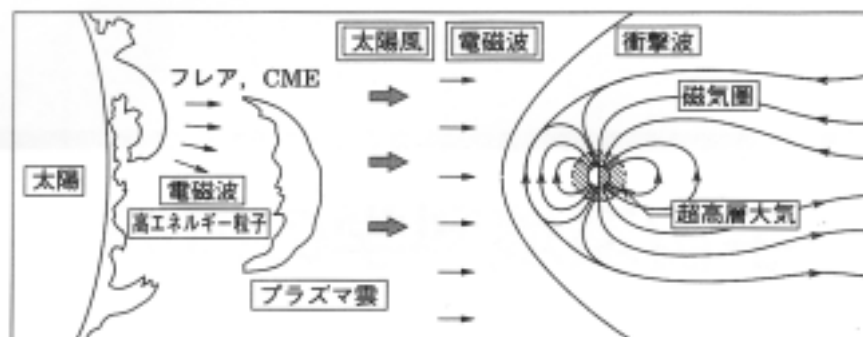


図 1.1: 太陽から放出されるエネルギーと宇宙環境の概念図 [宇宙環境科学より]。地球およびその周辺の宇宙環境は、太陽から放出されるエネルギーに支配されている。

1.2 地球磁気圏の構造

地球は宇宙空間に浮かぶ磁石であり、固有のダイポール（双極子）磁場を持っているが、太陽風によりその形は大きく歪められている。その地球磁気圏の構造は、1961年アメリカの Explorer-10 衛星による観測が始まって以来、数多くの人工衛星によって観測され、その結果は図 1.2 のようになっている。この図は磁気圏の北半分と手前側の一部を切り取って内部を示した磁気圏構造の概念図である。そもそもプラズマは磁力線を横切って動くことができないため（磁力線凍結の原理という [1.4 で説明する]）、太陽風プラズマの動圧と、地球磁場がプラズマの動きを抑える力（磁気圧）とのバランスによって磁気圏の大きさが決まる。太陽側（昼間側）の地球磁場は太陽風により圧縮されて、地球の中心から太陽方向へ $11R_e$ （約 7 万 km）程度のところまで縮められている。ただし R_e は地球半径（ $R_e = 6378 \text{ km}$ ）である。

一方、逆側（夜側）の磁力線は、どこまで伸びているのかははっきりしていないが、少なくとも $6000R_e$ （約 3800 万 km）までは伸びていると考えられている。このように地球磁場は無限に広がっているのではなく図 1.2 のように太陽風により閉じ込められている。この地球磁場が閉じている空間を地球磁気圏と呼び、またこの表面境界を磁気圏境界面（マグネットポーズ）と言う。

超音速の太陽風プラズマの流れは磁気圏にさえぎられるため、昼間側磁気圏のさらに上流側に衝撃波面（ショックフロント）が形成される。この衝撃波面はバウショックとも呼ばれている。衝撃波面と磁気圏界面との間の領域を磁気圏シース（マグネットシース）と呼ぶ。この領域のプラズマは衝撃波面を通過するときに加熱されるため 100 万度近い温度になっている。マグネットシースを流れるプラズマはそのエネルギーの一部を磁気圏に伝え、磁気圏で起こる様々な現象の原動力になる。

磁気嵐と呼ばれる現象はその代表的な例で、磁気圏に特に大きなエネルギーを与え、擾乱を引き起こすことがある。これらを太陽風 - 磁気圏の相互作用という。特に、太陽風がプラズマとともに運んでくる惑星間空間磁場は太陽風と磁気圏の相互作用の中で最も重要な役割を担っている。

1.3 磁気圏へのプラズマ侵入

図 1.3 は IMF が南を向いているときの磁力線の結合と流れを示したものである。惑星間空間における磁力線 (1) は、磁気圏前面で地球の固有磁場の磁力線と (2) のように結合し（磁気リコネクション）その後、太陽風の流れに沿って (3) → (4) → (5) → (6) というように後方へ流れてゆく。夜側プラズマシートの磁気赤道面では磁力線は北側と南側とで互いに反対の方向を向いており、ここでも磁気リコネクションが (7) のように起こって、磁力線 (8') と (8) は磁気張力によって互いに遠ざかる方向へ動き出す。このときプラズマも一緒に運ばれて (8') に伴い内部磁気圏へ流入する。

もう一つの代表的な磁気圏への粒子及びエネルギーの流入過程としてカスプからの侵入がある。これも同じく昼間側で磁気リコネクションが起こり、粒子が運動量をもつ

たまた、図 1.4 で示したカスプ領域へと進入するという過程である。流入したプラズマの一部は、カスプ領域を通過して磁力線に沿って昼間側の高緯度電離圏に降下し、大気と衝突してこの領域にオーロラを光らせる。カスプ領域とは、夜側の尾部に向かう開いた磁力線領域（ポーラーローブ：極冠帯）と昼間側に向かう閉じた磁力線の境界領域である。

以上に挙げた物理過程は主として IMF が南向きを向いているときであって、逆に北向きの IMF の場合はリコネクションの起こる場所やプラズマの流入経路は大きく異なる。しかも、IMF の南北成分は極めて変動的であるため、リコネクションがひきがねとなるような現象を扱う場合にはこの IMF の南北成分には特に注意する必要がある。

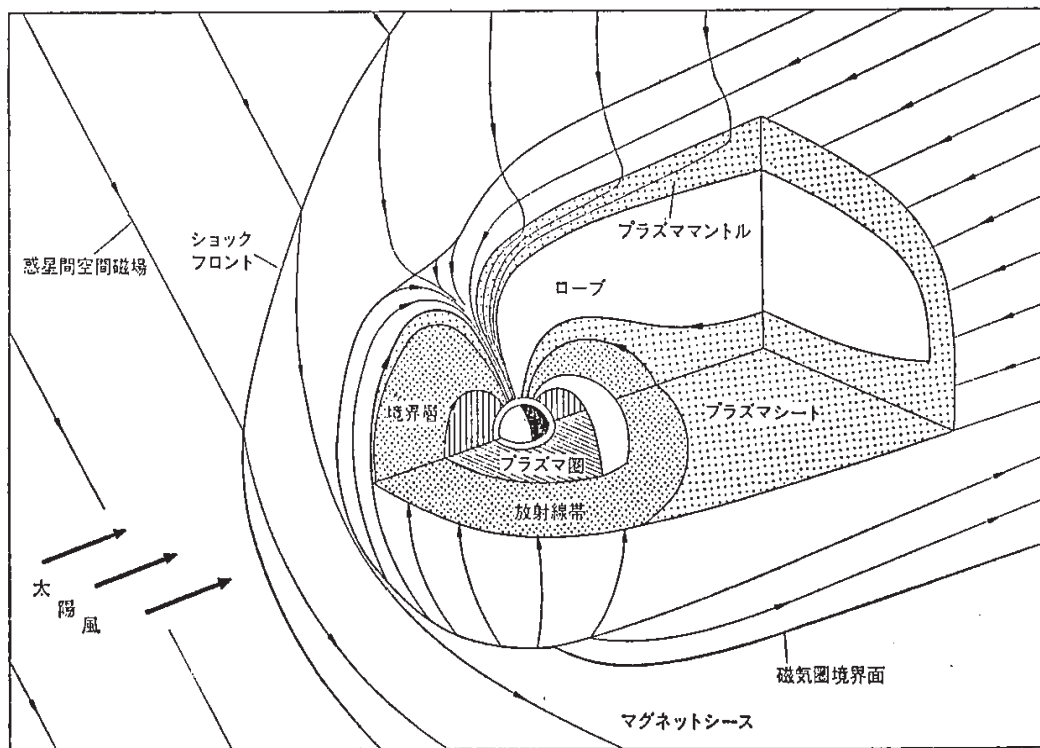


図 1.2: 地球磁気圏の構造図 [南極の科学 2 より]。地球磁場が太陽風の影響によって前面は圧力を受けて圧縮され衝撃波面を形成し、後ろ側では磁力線が流されている様子になっている。

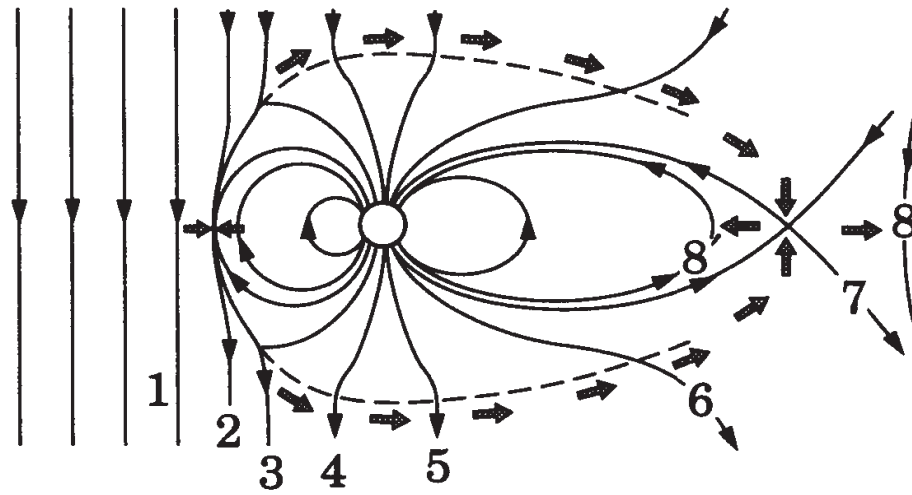


図 1.3: 磁気圏対流の概念図 [Dungey, 1961 より]。磁気圏中のプラズマ、及び地球磁場の大規模な流れを示した図である。

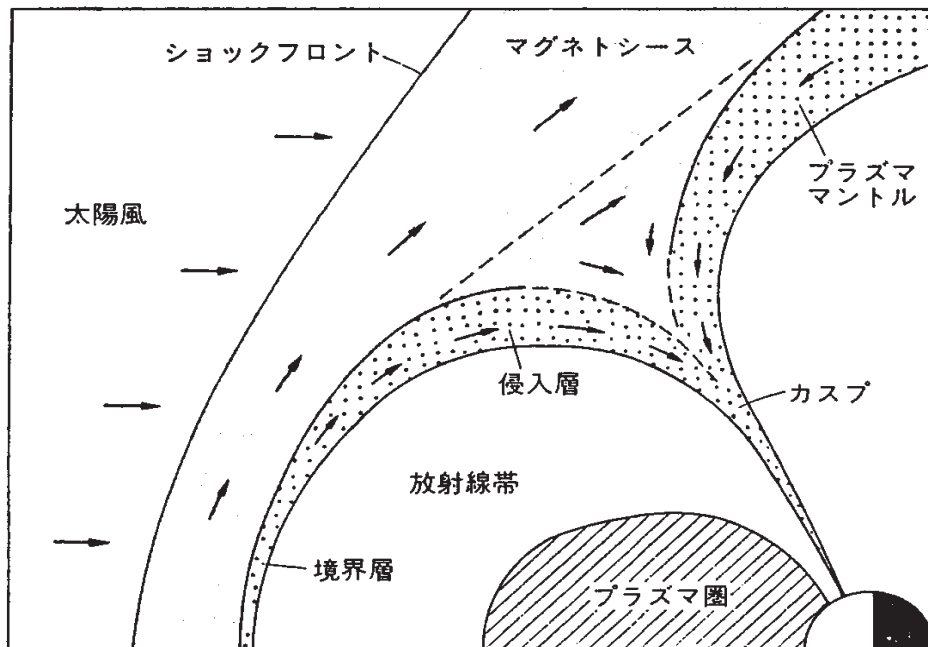


図 1.4: 地球磁気圏境界の構造 (カスプ) [南極の科学2 より]。太陽風粒子が磁気圏へと侵入する主な経路の一つであるカスプ領域周辺の図である。

1.4 磁力線凍結 (Frozen-in) の原理

電気伝導度 σ が極めて高い ($\sigma = \infty$) プラズマ中では、磁場とプラズマと一緒に運動する。いま、磁場中をある速度 v で運動している完全導体があるとする。その中の境界線 C で囲まれた任意の曲面 S を考え、その S を貫通している磁束 Φ の時間変化を考える。磁束の時間変化といっても、 S 中の磁場 B の時間変化に加えて、磁場が空間的に一様でないため速度 v で運動していることをも考慮に入れなければならないので、

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\int \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dS \right) \quad (1.1)$$

$$= \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot \mathbf{n} dS + \oint_C \mathbf{B} \cdot (\mathbf{v} \times d\mathbf{s}) \quad (1.2)$$

となる。ここで \mathbf{n} , \mathbf{s} はそれぞれ曲面 S の法線ベクトル、曲線 C の接線ベクトルである。ここで任意のベクトル \mathbf{A} に関してストークスの定理

$$\oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} = \int_S (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot \mathbf{n} dS$$

を用いると、(1.2) 式は

$$\frac{d\Phi}{dt} = \int_S \left[\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \right] \cdot \mathbf{n} dS \quad (1.3)$$

となる。ところで磁場に関する誘導方程式は

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \frac{1}{\sigma \mu_0} \nabla^2 \mathbf{B} \quad (1.4)$$

であるが (μ_0 は真空の透磁率)、ここで $\sigma = \infty$ とすると、(1.4) 式から (1.3) 式の右辺はゼロとなり、

$$\frac{d\Phi}{dt} = 0 \quad (\text{完全導体の場合}) \quad (1.5)$$

が成り立つ。すなわち、導体性物体とともに運動してゆく任意の閉曲線と交わる磁束は、その運動とともに不変である。この場合、少しでも相対速度があれば磁束の変化を妨げようとして大きな渦電流が誘起され、それが作る誘導磁場がその磁力線を変形し、磁力線を導体に凍りつかせる作用を生んでいるのである。当然プラズマも導体性物体であるから、従ってプラズマと磁力線とは一緒に運動するという「磁力線凍結の原理」が導かれる。

1.5 磁気リコネクション

磁気リコネクションは、太陽風プラズマの加熱現象や、それら粒子が地球磁気圏に流入するなどの磁気圏ダイナミクスにおいて大変重要な役割を果たしている。

磁気リコネクション過程においては、無衝突プラズマ中における理想的な電磁流体

力学 (MHD: Magnetohydrodynamics) の制限であるプラズマの磁場凍結が破られ、つなぎかわった磁場フラックスはそのエネルギーを開放し、そのエネルギーがプラズマの運動または熱エネルギーに変換されて、リコネクション領域からその外部へと高速で押し出す。さらに、その速度のピークは、およそ *Alfvén* 速度程度になると言われている。しかし、未だリコネクション過程のメカニズムは完全に理解されてはいない [Mandt et al., 1994]。

プラズマの凍結制限が効かなくなる領域は拡散領域と呼ばれ、resistive-MHD モデルにおいては抵抗がその役割を担い、リコネクションを起こす [Biskamp, 1986]。

図 1.5 に示した磁力線がつなぎ替わる過程では、紙面に垂直な平面 (磁気中性面) の上下に 2 本ずつの反対向きの磁力線があり、これらを近づけていくと *Ampère* の法則により、境界に電流層が形成される。この電流を磁気中性面電流と呼ぶ。ここで中性面のどこかで電気抵抗が生じたとすると、そこでは磁場のエネルギーが消費される。周囲の磁場はこの消失を補うようにその領域に向かって拡散してゆく。即ち磁場の凍結の原理が破れる。図中の (d) では新たな磁力線のペアが誕生している。このように (a) → (b) → (c) → (d) の過程が進行したとき、「磁力線がつなぎ替わった」と言う。また図 1.5 中の X 点のことを磁気中性点と呼ぶ。

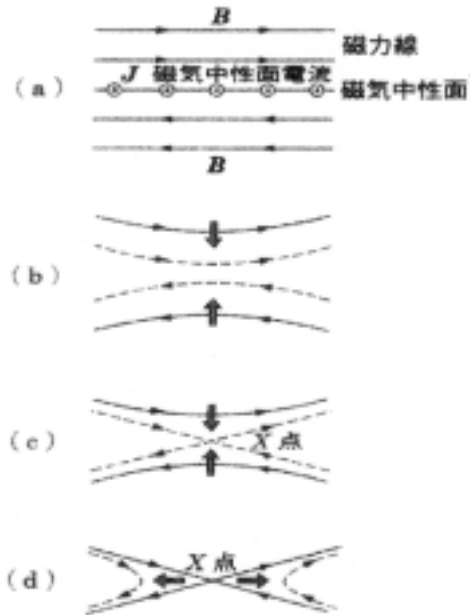


図 1.5: 磁力線の再結合を示す模式図 [宇宙環境科学より]。点線で示された上下 2 本の磁力線が X 点で繋ぎ替わり、新たなペアの磁力線が左右にできる。

このときの基礎方程式は磁場の誘導方程式

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \eta \nabla^2 \mathbf{B} \quad (1.6)$$

であり、X点における磁場のつなぎ替わりを説明することができる。ここで η は抵抗である。右辺の第1項は磁場が輸送される効果を、第2項は拡散により磁場が変化することを示している。磁気レイノルズ数 Rm は、この第1項と第2項の比として

$$Rm = \frac{|\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B})|}{|\eta \nabla^2 \mathbf{B}|} \quad (1.7)$$

で表され、 $Rm \ll 1$ では誘導方程式は拡散方程式となり、 $Rm \gg 1$ の場合は磁場の凍結を記述する方程式となる。

SweetとParkerは、この抵抗領域においてジュール加熱が起こり、その圧力勾配によってプラズマが加速される、というモデルを提案した [Sweet, 1958; Parker, 1963] (図 1.6)。ここで、幅 δ 、長さ Δ の抵抗による拡散領域を考え、流入するプラズマ速度を v 、流出速度をアルヴェン速度 v_A とすると、

$$v = \frac{\delta}{\Delta} v_A \ll v_A \quad (1.8)$$

という関係が速度についての連続の式から導かれる。即ち、このモデルは抵抗大きさやの系の大きさに大きく依存し、リコネクション率が低いことが指摘されている。[eg. Shay, 1998]。

一方Petschekによれば、Sweet-Parkerの抵抗領域からSlow-mode Shockが中心からX型に伝播し、 $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$ によるプラズマの加速、及びショックによる熱エネルギー変換が起きると考えられている [Petschek, 1964] (図 1.7)。これはSweet-Parkerの場合に比べてより大きなエネルギー変換率が期待できる。

無衝突プラズマ中では、拡散領域はイオンと電子おのこのスケールに応じた多重構造を成して発達する [Shay et al., 1999]。例えばイオンについては、 c/ω_{pi} というスケール長をもっており、この領域内でイオンは磁場の束縛から逃れるが、他方、電子のそれは c/ω_{pe} ($\ll c/\omega_{pi}$) であるので、電子スケールより大きくイオンスケールより小さな領域では、電子とイオンが互いに異なる運動をすることになる。ただし、ここで c 、 ω_{pi} 、 ω_{pe} はそれぞれ光速、イオンプラズマ周波数、電子のプラズマ周波数である。これをHall効果と呼び、この効果はリコネクションレートを増進させると言われている [Biskamp et al., 1995]。

実際にHall効果を観測した例としては、例えばGEOTAIL衛星によるリコネクションの観測では [Deng and Matsumoto, 2001; Oieroset et al., 2001] に詳しく述べられている。また、Polar衛星のデータからも同じくマグネットポーズ(磁気圏境界面)においてHall効果の存在を確かめている [Mozer et al., 2002]。彼らは高速のプラズマの流れ、磁場変動、及び密度変動などの情報からX点(リコネクションが起きる領域の中心)となる領域を見出し、その付近でHall効果の代表的な特徴のひとつとして言われている、四重極磁場(Hall磁場)やHall電場の観測に成功している。

またMozerは図 1.8 リコネクションのモデルを示し、Hall効果及び拡散領域の構造をプラズマの磁場凍結という観点から説明している。

観測的には、粒子の運動から電流について詳細に調べることは、3次元的な速度分布を広いエネルギー範囲でイオン、電子双方について測定することが困難であるため、

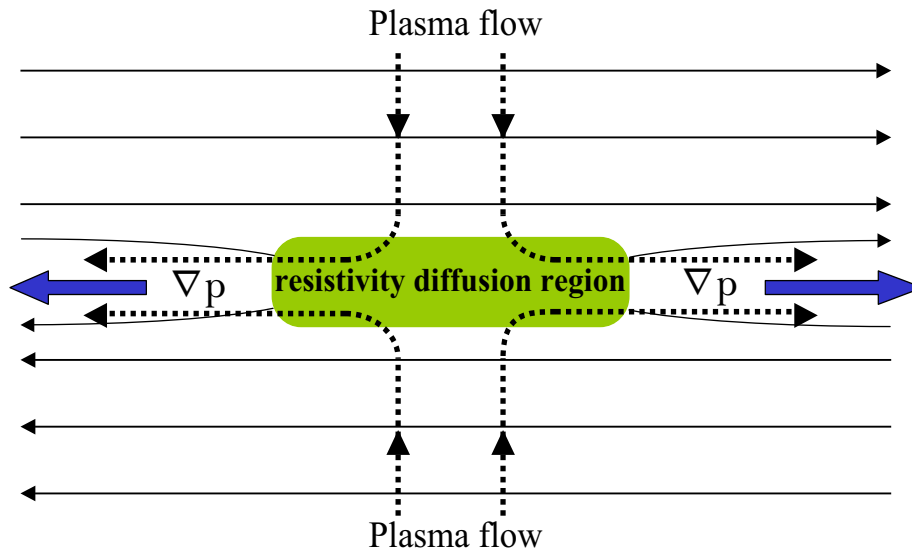


図 1.6: Sweet-Parker のモデル [Biskamp, 2000 より]. 圧力勾配力 ∇p によってプラズマは Sweet-Parker sheet から追い出される。

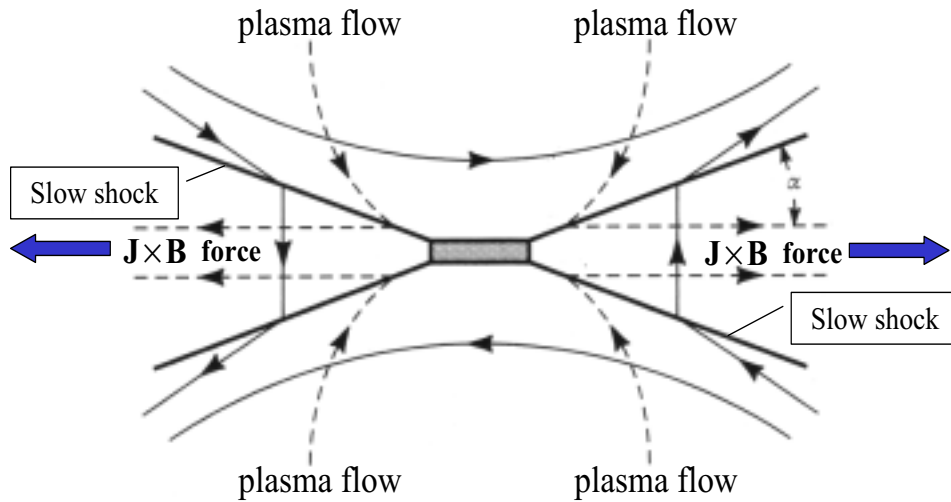


図 1.7: Petschek の slow shock モデル [Biskamp, 2000 より]. リコネクションはつながり替わった磁力線の張力により駆動されるとした。また、プラズマの流れの方向転換をショックという概念を導入して説明している。

磁場の情報から換算し間接的に把握することが多い。それに対して、シミュレーションでは直接電流の計算を行うことができる。

図 1.8 では X 点を中心に四重極磁場 (Hall 磁場) が描かれているが、これは Ampère の法則に従って Hall 電流を形成する筈である。そしてこれはイオンの拡散領域の中で起こる現象であり、磁場の凍結が破れイオンと電子の速度差が生まれるというアイデアからうまく説明することができる。

これまで様々なリコネクションのシミュレーションが行われているが、以上に述べたように、無衝突プラズマ中でのリコネクションは拡散領域を形成する Hall 項が重要であり、Hall-MHD 理論が有効であることが示唆されている [Shay *et al.*, 2001]。

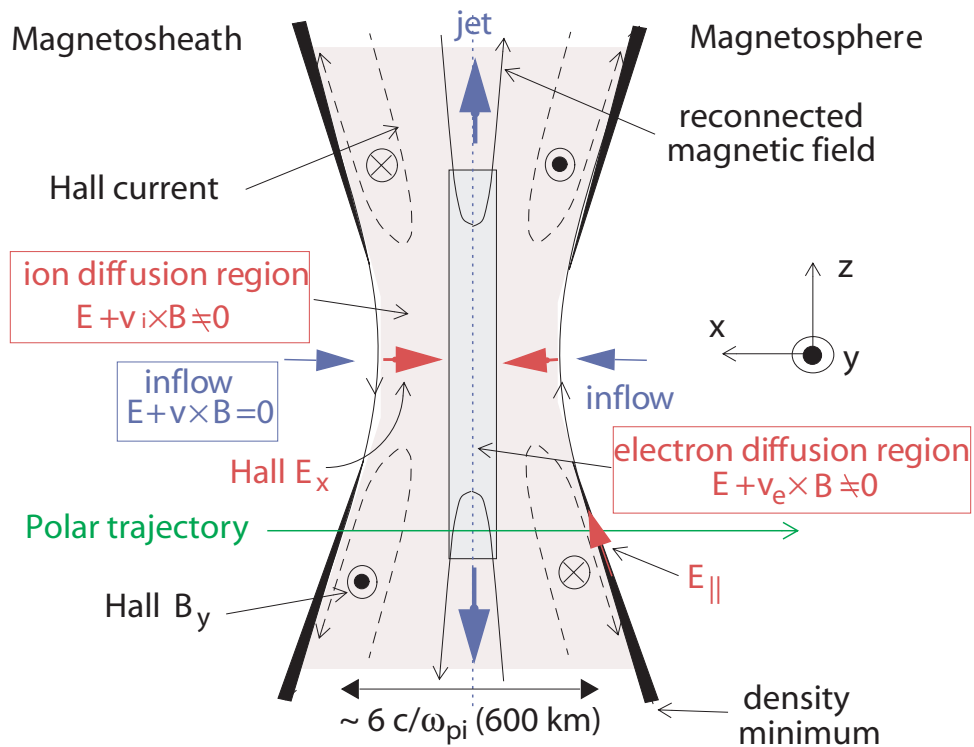


図 1.8: Mozer によるモデル [Mozer, 2002 より]. 拡散領域の多重構造と Hall 電場、Hall 磁場、及び Hall 電流の構造を示している。

1.6 本研究の目的

我々は、昼間側マグネットポーズで起こる無衝突プラズマ中のリコネクションを理解する最初のステップとして、一様な密度な仮定した簡単なリコネクションを考え、シミュレーションを行った。その際使用したシミュレーション・コードは2次元 Hall-MHD で、それは以前に、オーロラに伴うエレクトロダイナミクスの研究として、磁気圏 - 電離圏結合の研究に使用されていたものである [片岡, 2000]。今回はそれを改良して用いた。

Hall-MHD シミュレーションは、そもそも磁気圏に限って使われるものではなく、様々な物理現象を理解するために使われている。磁気圏電離圏結合に関する Hall-MHD シミュレーションなども数多く行われており [e.g., *Rastätter et al.*, 1999]、特に過去にこのコードを使った研究では、電離圏に Chapman モデルによる電子密度の高度分布を仮定し、その上部境界に電場を与えた場合、電離圏がどのようなレスポンスを返すのかを詳しく調べている。

本研究計画は、磁気リコネクションに現在最も相応しいと考えられている Hall-MHD の概念を用いて理解することにある。今回の論文では、この計画を進めるために最も基本となる、特に昼間側磁気圏境界面での無衝突磁気リコネクションに焦点をあてて、未だ十分に解明されていない Hall 項の振る舞い、即ち Hall 効果についての理解を深めることを目的とする。

[*Scholer*, 1989] は、磁気圏とマグネットシースとの間に密度勾配があることを考慮してリコネクションを議論しており、大変興味深い。しかし、使われたコードは MHD であり Hall 効果を一切扱っていないため、これについて Hall-MHD でシミュレーションを行うのも面白いが、これは今後の課題としたい。

今回は、無衝突プラズマ中における最も基本的かつ単純な条件下でのリコネクションを扱い、MHD では現れない Hall 磁場、Hall 電場、及び Hall 電流がいかに生成されるかを明らかにする。

第2章 Hall-MHD 方程式

オーロラに伴うエレクトロダイナミクスの研究 [片岡、2001] において使われた Hall-MHD 方程式を本研究に応用した。磁気リコネクションをイオン慣性長より小さなスケールで見た場合、MHD スケールでは見られなかった、Hall 効果による物理過程が重要になってくる。ここでは磁気圏プラズマを電磁流体として扱い、これまで使われていた Hall-MHD 方程式を導出するとともに今回用いた方程式との改良点を示し、さらにシミュレーションで扱うべく物理量の無次元化の方法についても詳しく述べる。

2.1 Hall-MHD 方程式の導出

磁気圏プラズマを、一価のイオン流体と電子流体との混合であるとし一流体モデルで記述する。ここで電氣的準中性 $n_i \simeq n_e$ (n_i , n_e はそれぞれイオンの数密度と電子の数密度) を仮定すると、各流体の数密度を n と近似できる。よって、イオン流体の連続の式、及び運動方程式はそれぞれ

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{v}) = S \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(nm\mathbf{v}) + \nabla \cdot (nm\mathbf{v}\mathbf{v}) = ne(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) - nm\nu_{in}\mathbf{v} \quad (2.2)$$

となる。 \mathbf{v} 、 m 、 ν_{in} はそれぞれイオン速度、プロトンの質量、そしてイオンと電子の衝突周波数である。ここで、連続の式 (2.1) 中の S は電荷の生成と消滅の項であり、電離圏生成と再結合の効果であるから、磁気圏プラズマを考えた場合には $S = 0$ とできる。また、運動方程式 (2.2) の右辺の最後の項はイオンと中性大気との衝突による項であるので、これも本研究の無衝突プラズマの条件下では無視できる。ただし代わりに圧力勾配力 $-\nabla p$ が付加される。よってこれらは

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{v}) = 0 \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(nm\mathbf{v}) + \nabla \cdot (nm_i\mathbf{v}\mathbf{v}) = ne(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nabla p \quad (2.4)$$

と変更される。

電子流体の運動方程式は、

$$0 = -ne(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (2.5)$$

である (\mathbf{u} : 電子の速度)。ここでも衝突の項は無視することができ、さらに電子質量はないものと仮定した。

電流の定義式は、

$$\mathbf{J} = ne(\mathbf{v} - \mathbf{u}) \quad (2.6)$$

であり、以上の諸式は *Ampère* の法則

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad (2.7)$$

を介して密接に結びついている。

磁場の時間発展を示す式は *Faraday* の法則

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E} \quad (2.8)$$

で表される。

電子についての連続の式は、 $\nabla \cdot (n\mathbf{v}) = \nabla \cdot (n\mathbf{u})$ であり、イオンの連続の式と同一となるので使わない。

(2.4) 式と (2.5) 式を足し合わせて、さらに (2.6) 式を使い \mathbf{u} を消去すると、一流体の運動方程式

$$\frac{\partial}{\partial t}(nm\mathbf{v}) + \nabla \cdot (nm\mathbf{v}\mathbf{v}) = \mathbf{J} \times \mathbf{B} - \nabla p \quad (2.9)$$

が求められる。

また、(2.6) 式に (2.5) を代入すると、

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{B}}{ne} \quad (2.10)$$

という Ohm の法則が導かれる。ここで右辺の項が Hall 項とよばれ、この項によって生み出される効果を Hall 効果という。これが Hall-MHD 方程式と言われる所以である。

さらに我々はシミュレーションボックス中心部分に抵抗 η を導入し、

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{B}}{ne} + \eta \mathbf{J} \quad (2.11)$$

としてオームの法則を用いた [*Hesse*, 1999]。

今回の方程式系の最も大きな改良点として挙げられるのが、圧力に対する式の導入である。加熱源を q として、熱方程式を立てると、

$$\frac{\partial p}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)p + \gamma p(\nabla \cdot \mathbf{v}) = (\gamma - 1)nmq \quad (2.12)$$

である。ここで右辺の最後の加熱の項を $nmq = \eta J^2$ として整理すると、以下のエネルギー方程式

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\mathbf{v} \cdot \nabla p - \gamma p \nabla \cdot \mathbf{v} + (\gamma - 1)\eta J^2 \quad (2.13)$$

が得られる [Hesse, 1999]。 γ は断熱定数 ($\gamma = 5/3$) である。

以上から、Hall-MHD 方程式

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{v}) = 0 \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(nm\mathbf{v}) + \nabla \cdot (nm\mathbf{v}\mathbf{v}) = \mathbf{J} \times \mathbf{B} - \nabla p \quad (2.15)$$

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{B}}{ne} + \eta \mathbf{J} \quad (2.16)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E} \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\mathbf{v} \cdot \nabla p - \gamma p \nabla \cdot \mathbf{v} + (\gamma - 1)\eta J^2 \quad (2.19)$$

が導かれる。これらは 14 個の独立変数、14 個の方程式から成り立っており解くことができる。

2.2 方程式の無次元化

Hall-MHD 方程式 (2.15) - (2.20) を変形すると、

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{v}) = 0 \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{B}}{nm} - \frac{1}{nm} \nabla p \quad (2.21)$$

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{B}}{ne} + \eta \mathbf{J} \quad (2.22)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E} \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\mathbf{v} \cdot \nabla p - \gamma p \nabla \cdot \mathbf{v} + (\gamma - 1)\eta J^2 \quad (2.25)$$

となる。

物理量をシミュレーションする系の典型的な値と無次元量で表すと、

$$n = n_0 \tilde{n} \quad (2.26)$$

$$p = p_0 \tilde{p} \quad (2.27)$$

$$\mathbf{v} = v_0 \tilde{\mathbf{v}} \quad (2.28)$$

$$\mathbf{E} = E_0 \tilde{\mathbf{E}} \quad (2.29)$$

$$\mathbf{B} = B_0 \tilde{\mathbf{B}} \quad (2.30)$$

$$\mathbf{J} = J_0 \tilde{\mathbf{J}} \quad (2.31)$$

$$\mathbf{x} = L \tilde{\mathbf{x}} \quad (2.32)$$

$$t = t_0 \tilde{t} \quad (2.33)$$

$$\eta = \eta_0 \tilde{\eta} \quad (2.34)$$

となる。ここで添え字の0は典型的な値を、 $\tilde{}$ は無次元量を表している。これを代入して整理すると、

$$\frac{\partial \tilde{n}}{\partial \tilde{t}} + \frac{v_0 t_0}{L} \tilde{\nabla} \cdot (\tilde{n} \tilde{\mathbf{v}}) = 0 \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{v}}}{\partial \tilde{t}} + \frac{v_0 t_0}{L} (\tilde{\mathbf{v}} \cdot \tilde{\nabla}) \tilde{\mathbf{v}} = \frac{J_0 B_0 t_0}{n_0 m v_0} \frac{\tilde{\mathbf{J}} \times \tilde{\mathbf{B}}}{\tilde{n}} - \frac{p_0 t_0}{n_0 m L v_0} \frac{\tilde{\nabla} \tilde{p}}{\tilde{n}} \quad (2.36)$$

$$\tilde{\mathbf{E}} + \frac{v_0 B_0}{E_0} \tilde{\mathbf{v}} \times \tilde{\mathbf{B}} = \frac{J_0 B_0}{n_0 e E_0} \frac{\tilde{\mathbf{J}} \times \tilde{\mathbf{B}}}{\tilde{n}} + \frac{\eta_0 J_0}{E_0} \tilde{\eta} \tilde{\mathbf{J}} \quad (2.37)$$

$$\tilde{\nabla} \times \tilde{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0 J_0 L}{B_0} \tilde{\mathbf{J}} \quad (2.38)$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{B}}}{\partial \tilde{t}} = -\frac{E_0 t_0}{B_0 L} \tilde{\nabla} \times \tilde{\mathbf{E}} \quad (2.39)$$

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{t}} = -\frac{v_0 t_0}{L} \tilde{\mathbf{v}} \cdot \tilde{\nabla} \tilde{p} - \frac{v_0 t_0}{L} \gamma \tilde{p} \tilde{\nabla} \cdot \tilde{\mathbf{v}} + \frac{t_0 J_0^2}{p_0} \eta_0 (\gamma - 1) \tilde{\eta} \tilde{J}^2 \quad (2.40)$$

となる。今、 n_0, B_0, L, m を与えて、

$$v_0 = \frac{B_0}{\sqrt{\mu_0 n_0 m}} \quad (2.41)$$

$$E_0 = v_0 B_0 \quad (2.42)$$

$$J_0 = \frac{B_0}{\mu_0 L} \quad (2.43)$$

$$t_0 = \frac{L}{v_0} \quad (2.44)$$

$$p_0 = \frac{B_0^2}{\mu_0} \quad (2.45)$$

$$\eta_0 = \mu_0 v_0 L \quad (2.46)$$

のように定義すると、方程式の係数はそれぞれ、

$$\frac{v_0 t_0}{L} = 1 \quad (2.47)$$

$$\frac{v_0 B_0}{E_0} = 1 \quad (2.48)$$

$$\frac{\eta_0 J_0}{E_0} = 1 \quad (2.49)$$

$$\frac{\mu_0 J_0 L}{B_0} = 1 \quad (2.50)$$

$$\frac{E_0 t_0}{B_0 L} = 1 \quad (2.51)$$

$$\frac{t_0 J_0^2}{p_0} \eta_0 = 1 \quad (2.52)$$

であり、

$$\frac{J_0 B_0 t_0}{n_0 m v_0} = \frac{B_0^2}{\mu_0 L} \frac{t_0}{n_0 m v_0} \quad (2.53)$$

$$= \frac{B_0^2}{\mu_0 n_0 m} \frac{t_0}{L v_0} \quad (2.54)$$

$$= v_0^2 \frac{1}{v_0^2} \quad (2.55)$$

$$= 1 \quad (2.56)$$

$$\frac{p_0 t_0}{n_0 m L v_0} = \frac{p_0}{n_0 m v_0^2} \quad (2.57)$$

$$= \frac{B_0^2}{\mu_0 n_0 m} \frac{t_0}{L v_0} \quad (2.58)$$

$$= v_0^2 \frac{1}{v_0^2} \quad (2.59)$$

$$= 1 \quad (2.60)$$

$$\frac{J_0 B_0}{n_0 e E_0} = \frac{B_0}{\mu_0 L} \frac{1}{n_0 e} \frac{1}{v_0} \quad (2.61)$$

$$= \frac{B_0}{\mu_0 L} \frac{1}{n_0 e} \frac{\sqrt{\mu_0 n_0 m}}{B_0} \quad (2.62)$$

$$= \sqrt{\frac{m}{\mu_0 n_0 e^2}} \frac{1}{L} \quad (2.63)$$

$$= \sqrt{\frac{m \epsilon_0}{n_0 e^2}} \frac{c}{L} \quad (c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}) \quad (2.64)$$

$$= \frac{c}{\omega_{pi} L} \quad (2.65)$$

である。ここで ω_{pi} はイオンのプラズマ周波数である。

また、電子の速度 \mathbf{u} については、電流の定義式 (2.6) を同様に無次元化して、

$$\mathbf{u} = \mathbf{v} - \frac{\mathbf{J}}{ne} \quad (2.66)$$

$$\tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{v}} - \frac{J_0}{n_0 e v_0} \frac{\tilde{\mathbf{J}}}{\tilde{n}} \quad (2.67)$$

$$= \tilde{\mathbf{v}} - \frac{c}{\omega_{pi} L} \frac{\tilde{\mathbf{J}}}{\tilde{n}} \quad (2.68)$$

から求められる。

以上から、無次元化された Hall-MHD 方程式は最終的に、

$$\frac{\partial \tilde{n}}{\partial t} + \tilde{\nabla} \cdot (\tilde{n} \tilde{\mathbf{v}}) = 0 \quad (2.69)$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{v}}}{\partial t} + (\tilde{\mathbf{v}} \cdot \tilde{\nabla}) \tilde{\mathbf{v}} = \frac{\tilde{\mathbf{J}} \times \tilde{\mathbf{B}}}{\tilde{n}} - \frac{\tilde{\nabla} \tilde{p}}{\tilde{n}} \quad (2.70)$$

$$\tilde{\mathbf{E}} + \tilde{\mathbf{v}} \times \tilde{\mathbf{B}} = \frac{c}{\omega_{pi} L} \frac{\tilde{\mathbf{J}} \times \tilde{\mathbf{B}}}{\tilde{n}} + \tilde{\eta} \tilde{\mathbf{J}} \quad (2.71)$$

$$\tilde{\nabla} \times \tilde{\mathbf{B}} = \tilde{\mathbf{J}} \quad (2.72)$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{B}}}{\partial \tilde{t}} = -\tilde{\nabla} \times \tilde{\mathbf{E}} \quad (2.73)$$

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{t}} = -\tilde{\mathbf{v}} \cdot \tilde{\nabla} \tilde{p} - \gamma \tilde{p} \tilde{\nabla} \cdot \tilde{\mathbf{v}} + (\gamma - 1) \tilde{\eta} \tilde{J}^2 \quad (2.74)$$

となる。

2.3 偏微分方程式の数値解法

偏微分方程式の初期値問題を数値的に解く方法として有限差分法と言われる方法がある。有限差分法には差分の方法としていろいろなものがあるが、我々はその中でもプログラミングを容易に組むことができる Lax-Friedrich 差分スキームを使用し、Hall-MHD 方程式を解いた。

本章では Lax-Friedrich 差分スキームについて、以下のような 1 次元スカラー移流方程式を例にとって説明する。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (2.75)$$

ただし $c > 0$ とする。

2.3.1 中心差分と前進差分

変数 u が空間座標 x に依存するという 1 次元問題を考える。

$$x_{i\pm 1} = x_i \pm \Delta x \quad (2.76)$$

というように一定の格子間隔 Δx で区切られているとし、変数 u を

$$u_i = u(x_i) \quad (2.77)$$

のように書く。

着目している点 x_i のまわりでテイラー展開すると、

$$u_{i+1} = u(x_i + \Delta x) = u_i + \Delta x \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_i + \frac{\Delta x^2}{2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)_i + \dots \quad (2.78)$$

$$u_{i-1} = u(x_i - \Delta x) = u_i - \Delta x \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_i + \frac{\Delta x^2}{2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)_i + \dots \quad (2.79)$$

(2.78) と (2.79) の差をとると、

$$u_{i+1} - u_{i-1} = 2\Delta \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_i + O(\Delta x^2) \quad (2.80)$$

従って、

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i = \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2\Delta x} + O(\Delta x^2) \quad (2.81)$$

すなわち、 x_i 点における u の x 方向の微分係数が Δx^2 の誤差を含む近似のもとで、

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i = \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2\Delta x} \quad (2.82)$$

のように求められる。これを中心差分の式という。

同様にして、 Δx について 1 次の精度で、

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i = \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x} \quad (2.83)$$

という式が得られるが、これを前進差分という。

2.3.2 FTCS スキーム

1 次元スカラー移流方程式で、時間微分については時刻 t_n と $t_{n+1} = t_n + \Delta t$ との間で前進差分をとり、空間微分については中心差分をとって差分化すると、

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} + c \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2\Delta x} = 0 \quad (2.84)$$

を得る。ただしここで $u_j^n = u(x_j, t_n)$ である。この差分の取り方を Forward in Time and Centered Difference in Space (FTCS) スキームという。これを整理すると、

$$u_j^{n+1} = u_j^n - \frac{c}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} (u_{j+1}^n - u_{j-1}^n) \quad (2.85)$$

となる。このように差分式の中に、未知の項がただ一つだけしか現れないものを陽的な方法（陽解法）という。

2.3.3 Lax-Friedrich 差分スキーム

先に述べた FTCS スキームを使えば、時刻 t_n の値を使って時刻 t_{n+1} の値を求め時間発展を解くことができる。しかし、Von Neumann の安定性解析により明らかにこのスキームは安定に働かない [藤井孝蔵、1994]。そこで FTCS の差分式の右辺の u_j^n を $(u_{j+1}^n + u_{j-1}^n)/2$ で置き換える。

$$u_j^{n+1} = \frac{1}{2}(u_{j+1}^n + u_{j-1}^n) - \frac{c}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} (u_{j+1}^n - u_{j-1}^n) \quad (2.86)$$

これが Lax-Friedrich 差分スキームである。図 2.1 に Lax-Friedrich 差分スキームの現在 ($t = n$) と未来 ($t = n + 1$) との関係を示した。この置き換えは即ち、FTCS では数値振

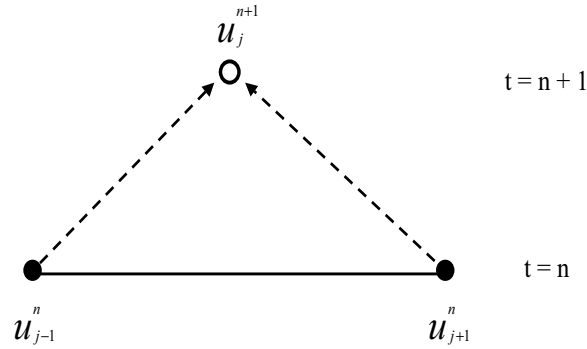


図 2.1: Lax-Friedrich 差分スキームの概念図。点線、実線はそれぞれ時間微分、空間微分の関係を表す。

動が大きく不安定だった解を平均化することによって、解を落ち着かせる効果を与えたことになる。これは陽解法の中でもプログラミングが簡単で、システム方程式への拡張が単純であるが、一方その代償として解が拡散的になることは避けられない。

上式を少々書き直すと、

$$u_j^{n+1} = u_j^n - \frac{c}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} (u_{j+1}^n - u_{j-1}^n) + \frac{c}{2} (u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n) \quad (2.87)$$

と書き直すことができる。(2.64) 式と (2.65) 式を足して整理すると、

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_i = \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{\Delta x^2} \quad (2.88)$$

が得られるが、これは (2.87) 式の最後の項と同じ多項式である。つまり Lax-Friedrich 差分スキームは FTCS に拡散項を加えたスキームになっていることがわかる。

第3章 シミュレーションモデル

Hall-MHD シミュレーションは過去にも様々な物理現象を理解するために行われている。そのシミュレーションは、Hall-MHD、ハイブリッド（イオンは粒子、電子は流体）、完全粒子シミュレーションの3つでリコネクションにおける Hall の物理現象について比較を行っている。本研究ではその中でも Hall-MHD シミュレーションを用い、初期値として空間的に一様な密度を仮定し、対称にプラズマ流を流入させることによりリコネクションを再現し、代表的な Hall 効果である Hall 電場、Hall 磁場、そして Hall 電流についての物理的意味を調べる。

3.1 計算格子

シミュレーションボックスは垂直方向 (z 方向) に $-5.0L \leq x \leq +5.0L$ 、水平方向 (x 方向) にも同じく $-5.0L \leq x \leq +5.0L$ の範囲をとっている。 L はスケール長である。グリッド間隔は x 、 z とともに等間隔の直行格子で 100×100 のグリッドをもつボックスになっており、グリッド間隔 Δx 、 Δz はともに 0.10 となる。時間発展は $\Delta t = 0.001$ ずつ進めた。シミュレーションコードは2次元であり、つまり注目しているのは平面内の物理で、すべての物理量は x 座標と z 座標に依存するが、 y 方向には物理量に変化はなく ($\frac{\partial}{\partial y} = 0$) 一様であると仮定している。ただしここで x は地球 太陽方向、 z は北向きを示す。

3.2 初期条件

初期密度は一様に与え

$$n = 10 \text{ cm}^{-3} \quad (3.1)$$

とし、これを密度の規格化定数とした。磁場については、図 3.1 に示すように、 $B_z = \tanh(-2.0x)$ という関数で初期の磁場配位を与え、他の y 、 z 成分についてはともにゼロとした。つまり反平行な磁場配位を課した。図 3.1 には規格化された値が記されているが、規格化定数は $B_0 = 10 \text{ nT}$ であるので、

$$B_z = B_0 e_z; \quad B_0 = 10 \text{ nT} \quad (3.2)$$

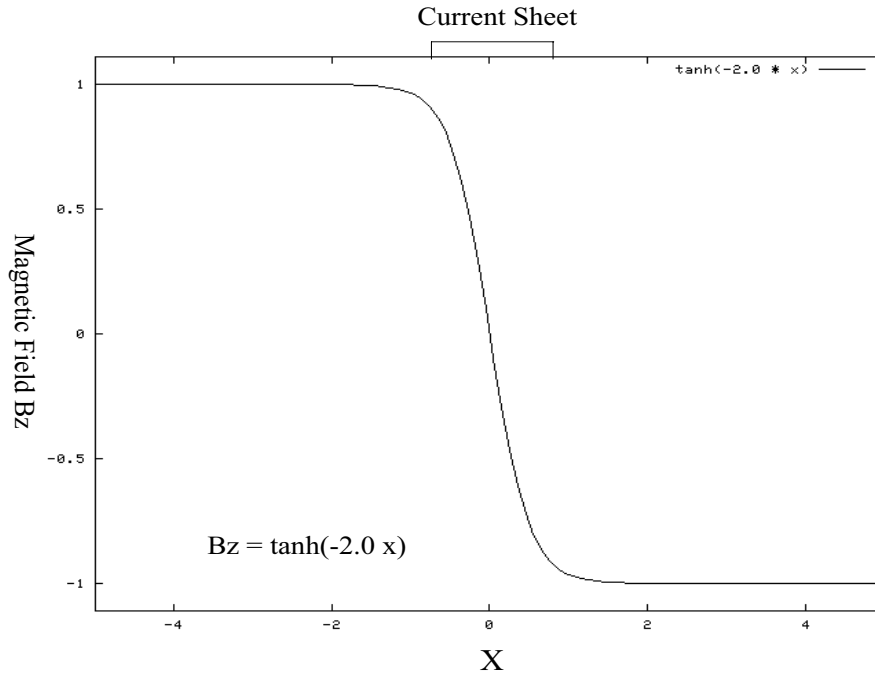


図 3.1: 初期磁場配位

ということになる。

このときイオンの拡散領域を表すイオン慣性長 δ_i は

$$\delta_i = \frac{c}{\omega_{pi}} \simeq 70 \text{ km} \quad (3.3)$$

である。このスケールより小さいスケールで物理現象を見た場合に Hall 効果が現れるのだが、今回そのスケール長 L を $L = 20 \text{ km}$ とした。よって、Ohm の法則の右辺にある Hall 項の係数は、 $\delta_i/L \simeq 3.6$ となり、この係数が Hall 効果の大きさを左右する。またイオンの平均質量については、

$$m_i = 2m_p = 3.4 \times 10^{-27} \text{ kg} \quad (3.4)$$

としている。ここで m_p はプロトンの質量である。

抵抗 η については、

$$\tilde{\eta} = \eta_0 \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{t}{t_1}\right] \right\} \exp\left[\frac{|B|^2}{B_0/a^2}\right] \exp[-z^2] \quad (3.5)$$

と設定した。 t は時間の関数で、時刻 $t = t_1$ のときに η は最大値をとり、それ以降は一定値をとる。 η_0 は 2.0 を選んだ。空間構造についてはガウシアン関数を用いて、磁場がゼロになるところを最大とし、 $|B| = B_0/a$ となるところでその大きさが $1/e$ となるようにし、 $a = 10$ を選んだ。さらに z 座標に関してガウシアン関数を用いることによってシミュレーションボックス中心部で抵抗が大きくなるようにした [Scholer, 1989]。

プラズマ圧については、運動方程式を考えた場合、初期の状態が定常であることを仮定すると、左辺の加速度はゼロである。このとき右辺には $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$ と $-\nabla p$ があるが、初期の磁場プロファイルは、 B_z 成分のみで曲がりは一切ないので磁気張力はゼロであるため、 $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$ は磁気圧 $B^2/2\mu_0$ のみとなり、定常状態は

$$-\nabla\left(p + \frac{B^2}{2\mu_0}\right) = 0 \quad (3.6)$$

という式になる。。この釣り合いの状態からシミュレーションを始めることとする。すなわち、初期状態では境界におけるプラズマ圧を $p = p_0$ とし、シミュレーションボックス内のすべての領域で

$$p + \frac{B^2}{2\mu_0} = \text{一定} \quad (3.7)$$

を満たすように設定した。

以上の条件から、2章で方程式を規格化した際におのこの物理量に対する規格化定数は、(2.41) - (2.46) 式より次のような値となる。

$$v_0 = \frac{B_0}{\sqrt{\mu_0 n_0 m}} \simeq 68.4 \text{ km/s} \quad (3.8)$$

$$E_0 = v_0 B_0 \simeq 0.68 \text{ mV/m} \quad (3.9)$$

$$J_0 = \frac{B_0}{\mu_0 L} \simeq 0.40 \text{ } \mu\text{A/m} \quad (3.10)$$

$$t_0 = \frac{L}{v_0} \simeq 0.29 \text{ s} \quad (3.11)$$

$$p_0 = \frac{B_0^2}{\mu_0} \simeq 8.00 \times 10^{-2} \text{ nPa} \quad (3.12)$$

$$\eta_0 = \mu_0 v_0 L \simeq 3.44 \times 10^3 \text{ } \Omega\text{m} \quad (3.13)$$

3.3 境界条件

図 2.1 からわかるように、中心差分を使用しているためある点 P の値を求めたい場合、その周りの情報が必要である。しかしシミュレーションボックスの境界の点ではその周りの値は用意されていないため、別で用意された境界条件から求めなければならない。この境界条件はシミュレーションのその後の展開に多大な影響を与えるので大変重要である。

今回我々は、対称境界条件を用いて境界での値を計算させた。その対称境界条件を図 3.2 に図示した。この境界条件はつまり、

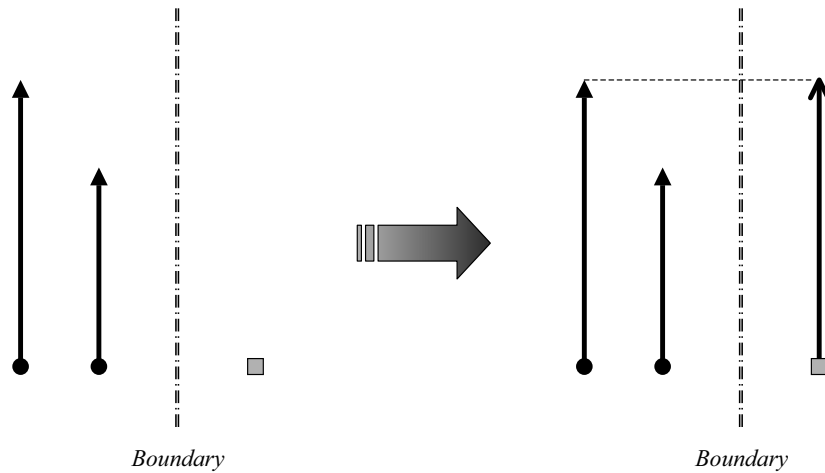


図 3.2: 対称境界の関係図。境界線の左側がシミュレーションボックス内、右側が境界より外を表している。

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \quad (3.14)$$

という状態を与えることであり、即ちボックスの内側と外側で変化がないように設定された条件である。ある物理量を考え、正を上向きの矢印で表すとすると、境界での物理量（白抜きの四角）は対称境界条件を適用すると図 3.2 のようになるようにしてある。境界の値が2つ隣の値で決められているのは、このコードが中心差分を使っているからである。

〈プラズマ流速〉

$\pm x$ 方向（初期磁場に垂直方向）に速度を与えた。与えた場所は両側の x 境界で内側に向かう。その大きさはちょうど太陽風程度の速度（ $= 350 \text{ km/s}$ ）を与えた。しかし、急に $V_x = 350 \text{ km/s}$ を与えると、数値振動によりシミュレーションが止まってし

まうので徐々に速度を増して時間をかけてその速度に到達するように設定した。与え方としては以下の式

$$V_x = \frac{350}{T_0}t \quad (t < T_0) \quad (3.15)$$

$$V_x = 350 \quad (t \geq T_0) \quad (3.16)$$

を使って与えた。これは x 座標の小さい方の境界であり、 x 座標の大きい方の境界では上式にそれぞれマイナスがつく。ここで T_0 は、物理的な情報が Alfvén 速度でシミュレーションボックス内を伝達すると仮定した場合、境界からボックスの中心まで到達するのにかかる時間を採用した。

〈磁場〉

境界での磁場は、初期条件で与えた 10 nT を常に与え続けた。

〈電場〉

プラズマ流速が与えられている境界領域では、磁場はプラズマに凍結してボックス内に運ばれてくるので、

$$\mathbf{E} + \mathbf{v}_i \times \mathbf{B} = 0 \quad (3.17)$$

に従って境界での電場を求めた。

3.4 1ステップ目の状態

前節までに述べた初期条件、及び境界条件を反映した1ステップ目の状態をそれぞれのパラメータについて次ページより図に示した。

プラズマ数密度は一様に $N = 10 \text{ cm}^{-3}$ で (図 3.3)、磁場は z 成分のみで反平行な配位である (図 3.4)。圧力 P は、この磁場配位における磁気圧に釣り合うようになっている (図 3.5)。電流 J は y 成分のみで、 $x = 0 \text{ km}$ を中心とする電流シートを形成している (図 3.6)。

抵抗 η は、この電流シートの中心部分に強く分布しており、そのため電場 E_y は Ohm の法則 (2.22) 式に従って、中心部分で励起している。またプラズマ流速が境界で与えられているので (図 3.8)、 $E_y = -v_x B_z$ による電場が境界領域で図のような様子になっている (図 3.7)。境界では磁場はプラズマに凍結しているため、電子の流速 U_x はイオンのそれと全く同様である (図 3.9)。

y 方向のイオン速度については、シミュレーションボックス内では初期条件で $v_y = 0$ と与えているため (図 3.10)、電流はこのとき電子のみが担い、即ち $J = -neu$ となっている。よって初期条件において図の電流シートは図の電子速度のみによって形成されている。(図 3.11)

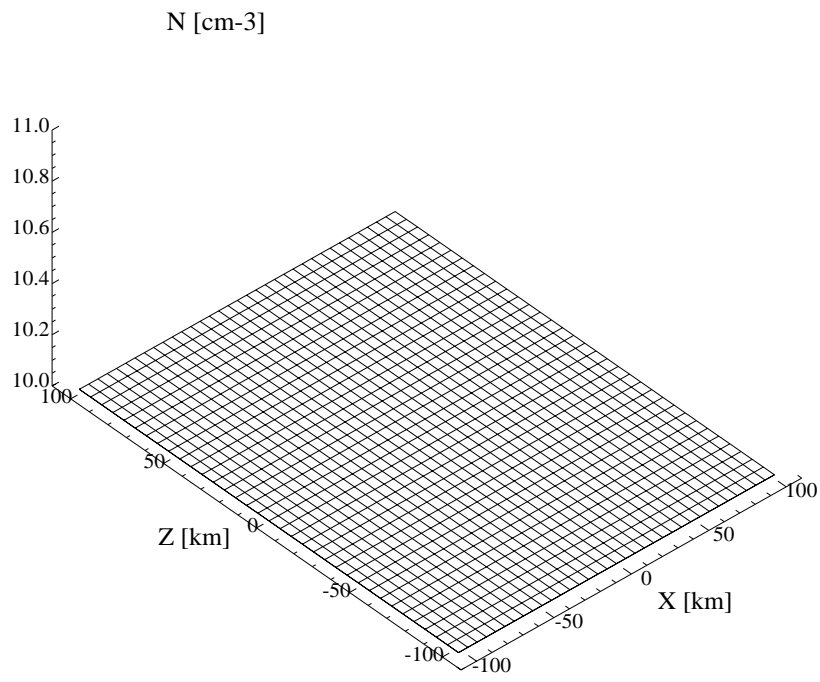
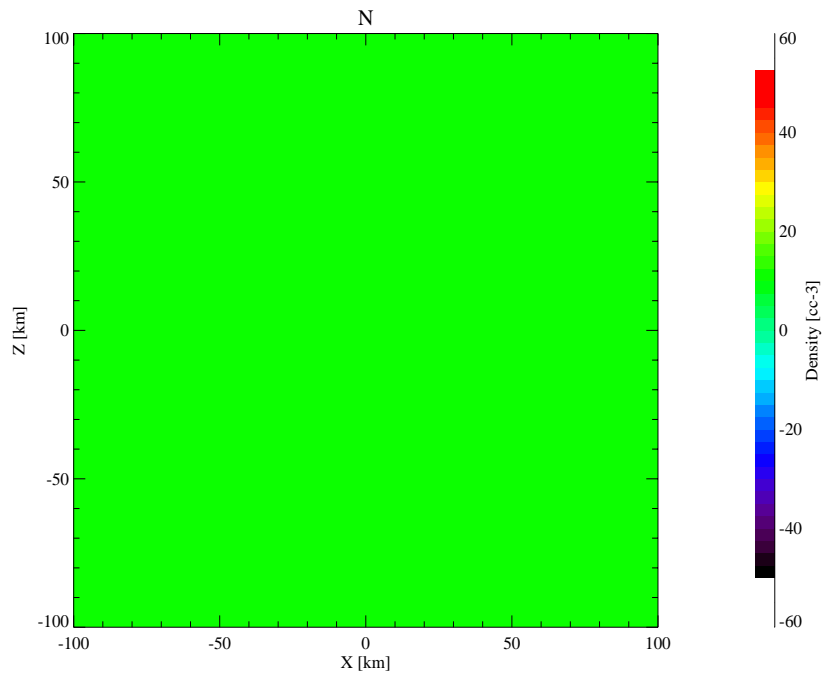


図 3.3: プラズマ密度 N のコンター・プロット (上図) と曲面プロット (下図)

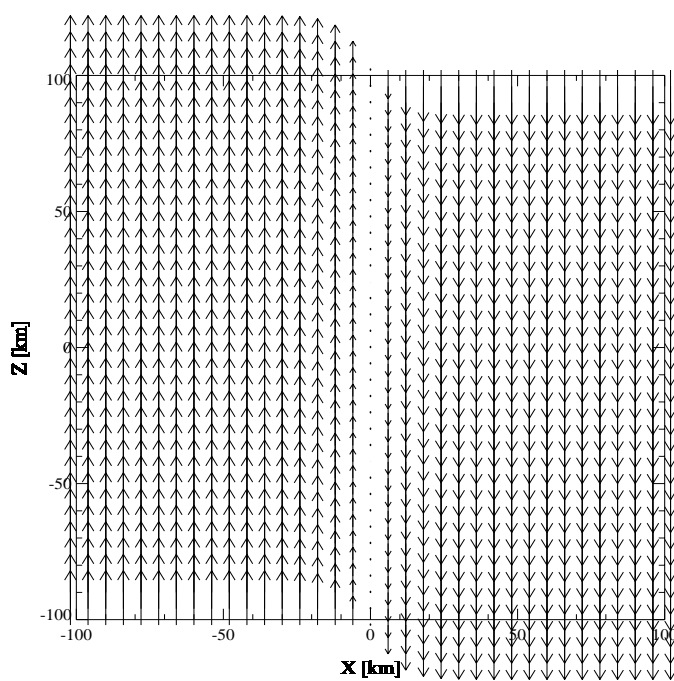
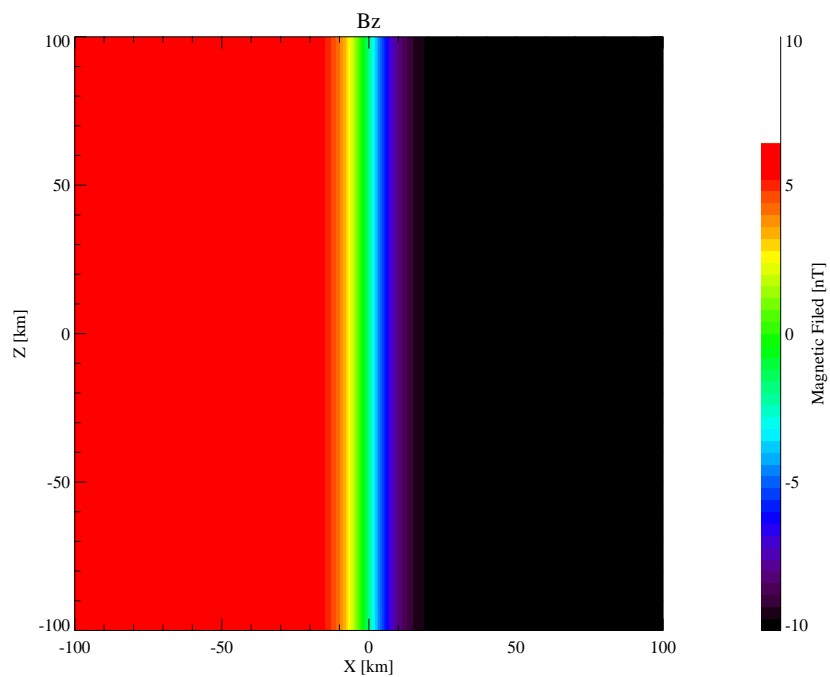


図 3.4: 磁場 B_z のコンター・プロット (上図) と磁力線の矢印プロット (下図)

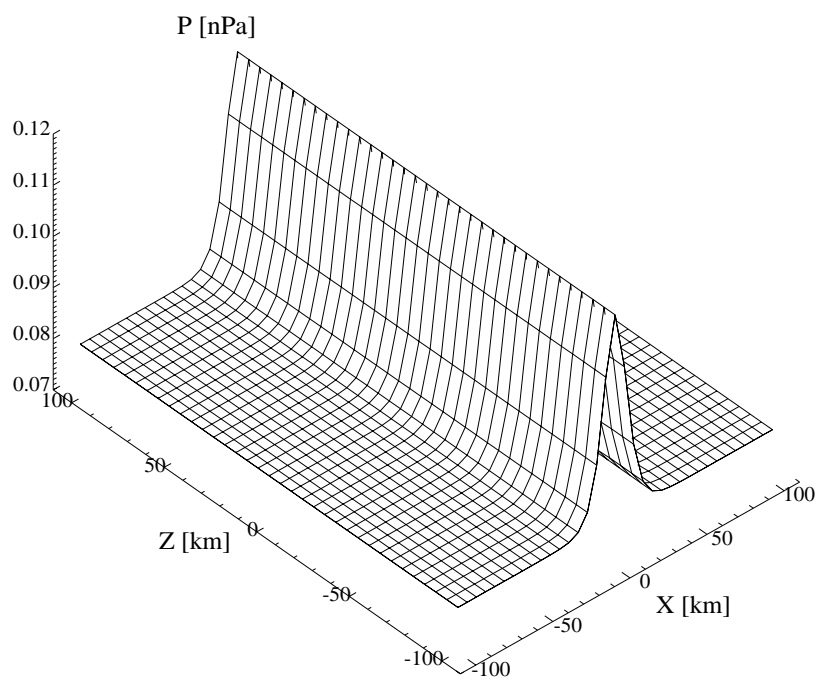
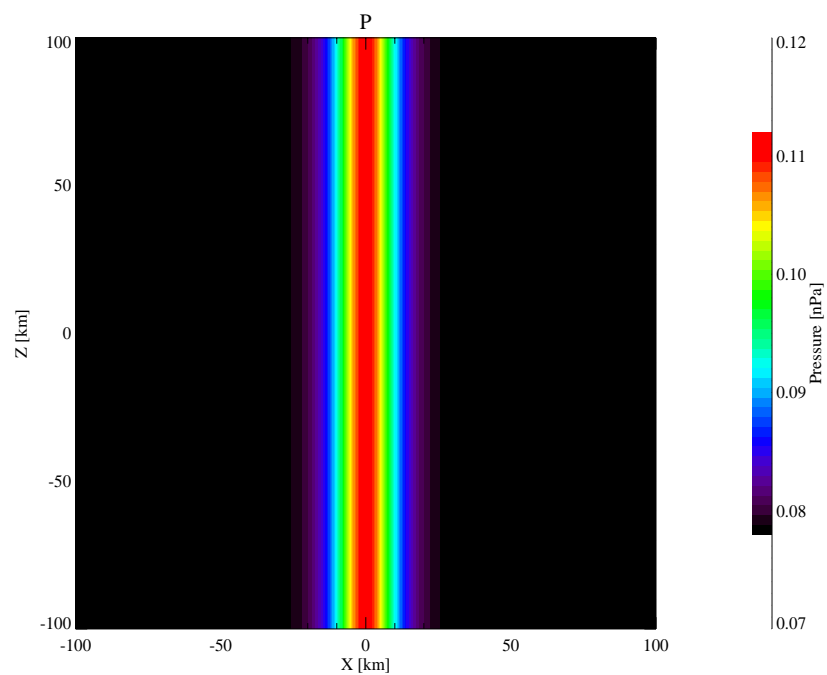
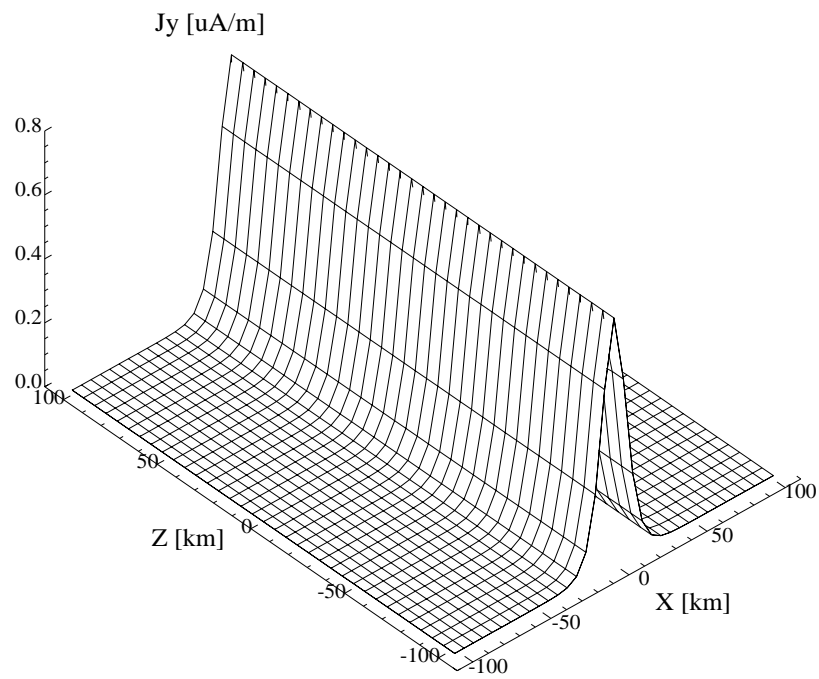
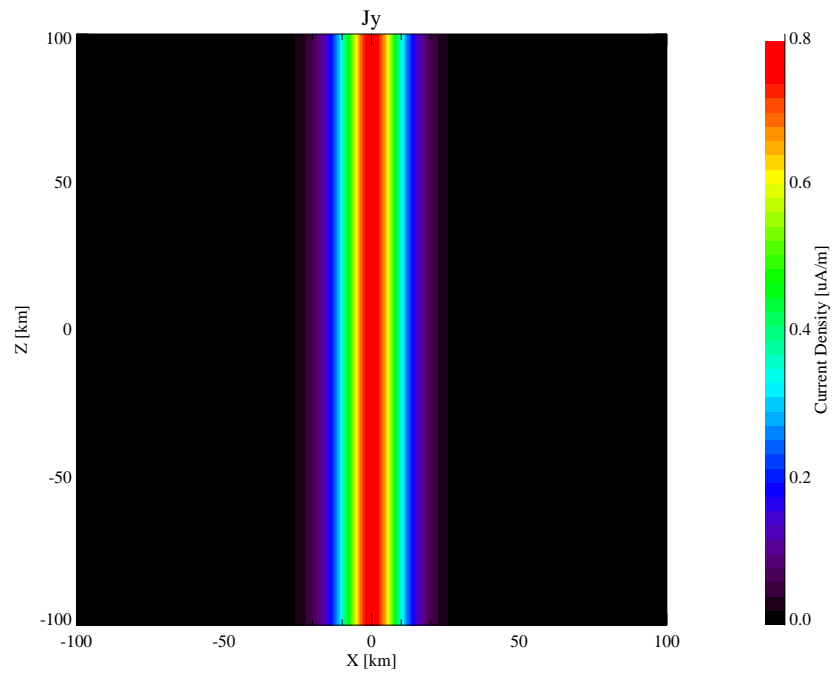


図 3.5: 圧力 P のコンター・プロット (上図) と曲面プロット (下図)

図 3.6: 電流 J_y のコンター・プロット (上図) と曲面プロット (下図)

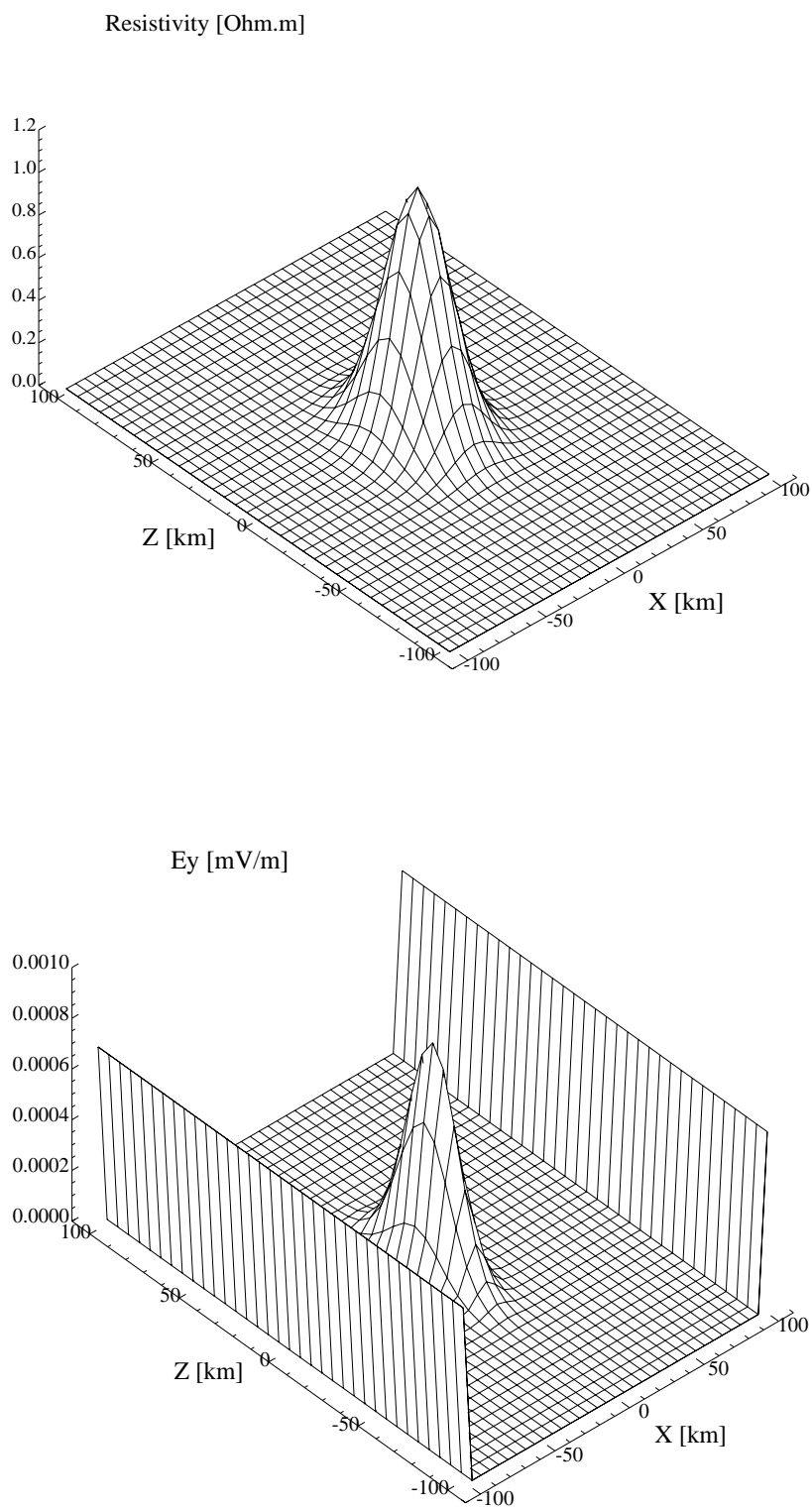


図 3.7: 抵抗 η の配位電場 (上図) と電場 E_y の曲面プロット (下図)

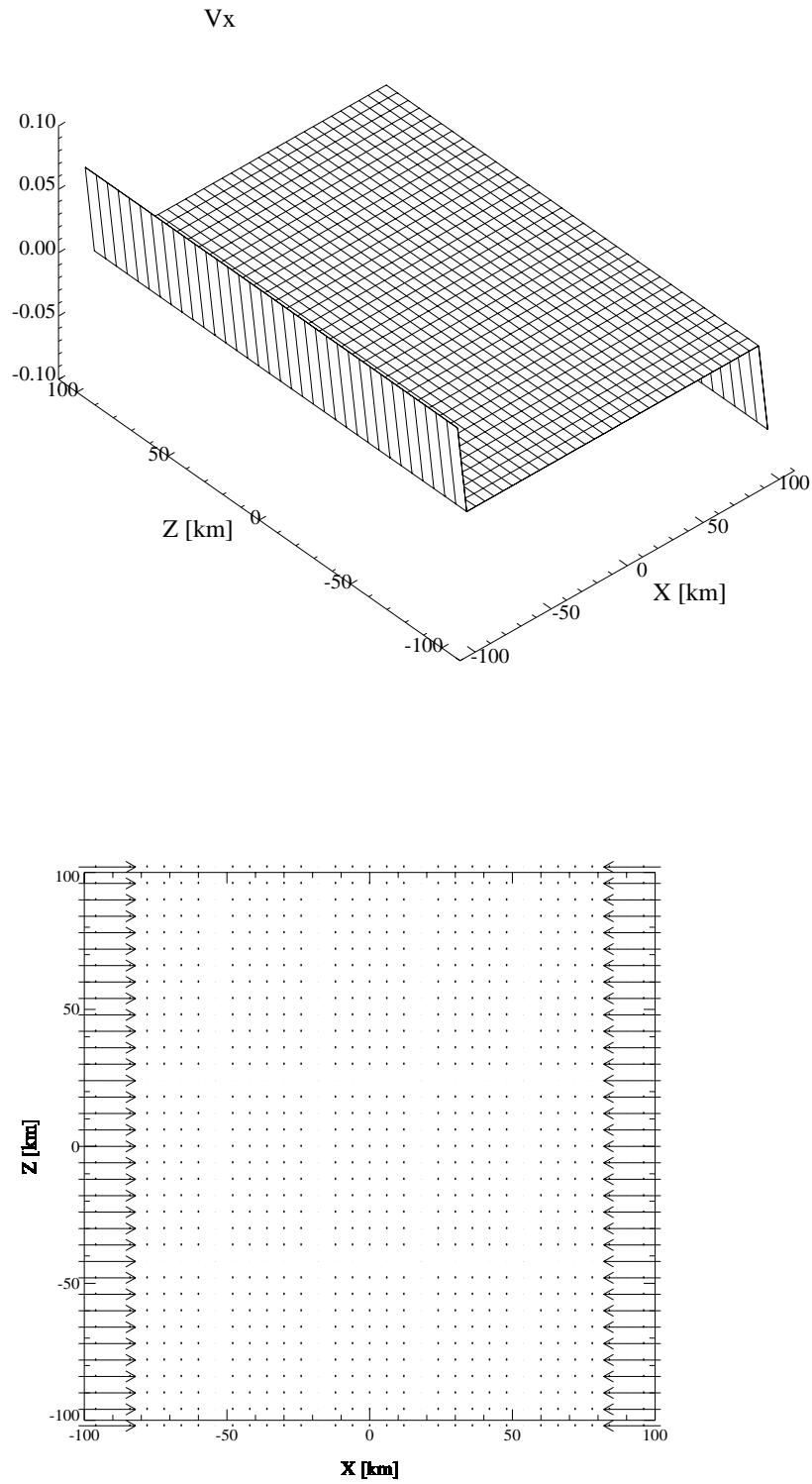


図 3.8: イオン速度 V_x の曲面プロット (上図) と $x-z$ 面内のイオン速度の矢印プロット (下図)

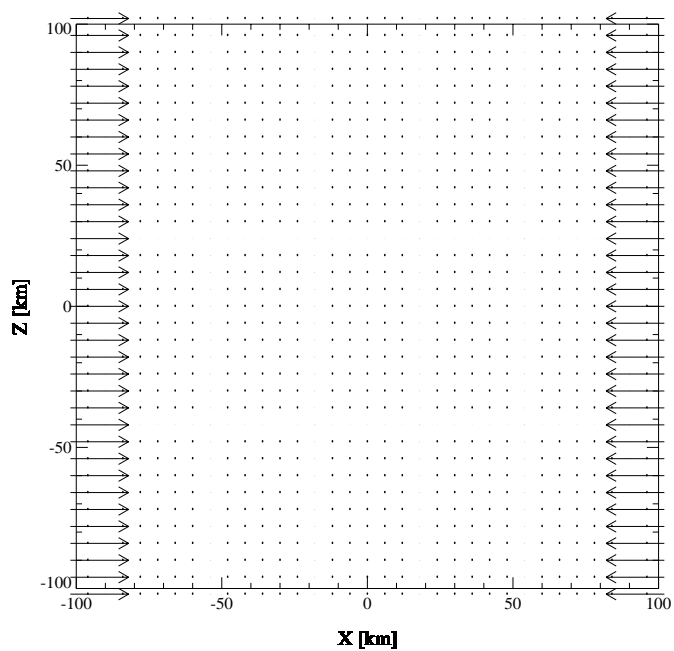
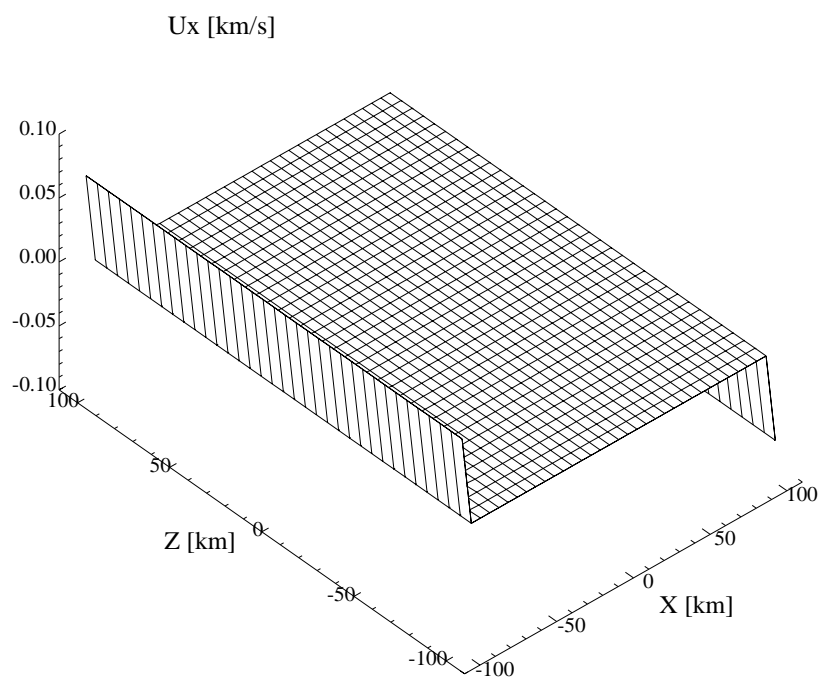
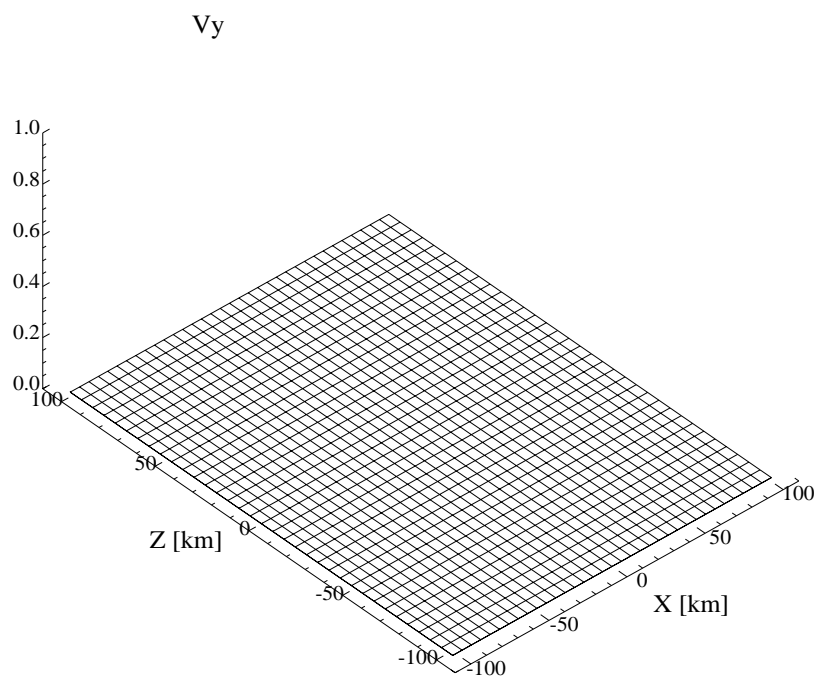
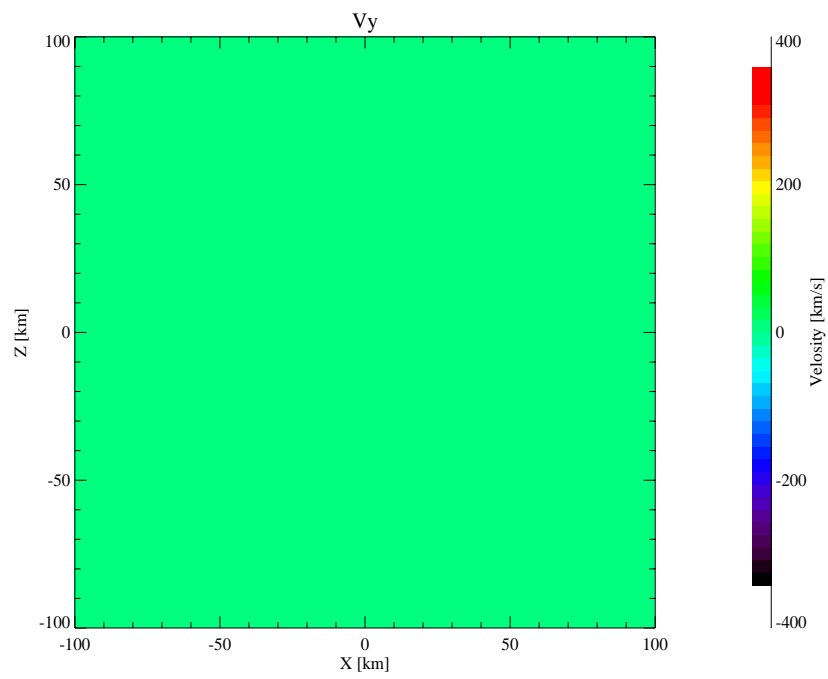


図 3.9: 電子速度 U_x の曲面プロット (上図) と $x-z$ 面内の矢印プロット (下図)

図 3.10: イオン速度 V_y のコンター・プロット (上図) と曲面プロット (下図)

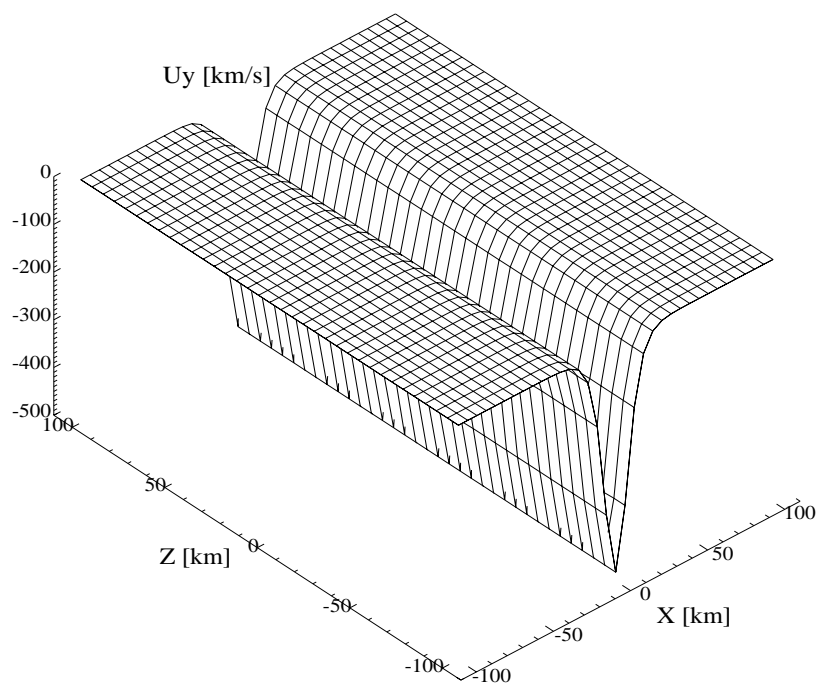
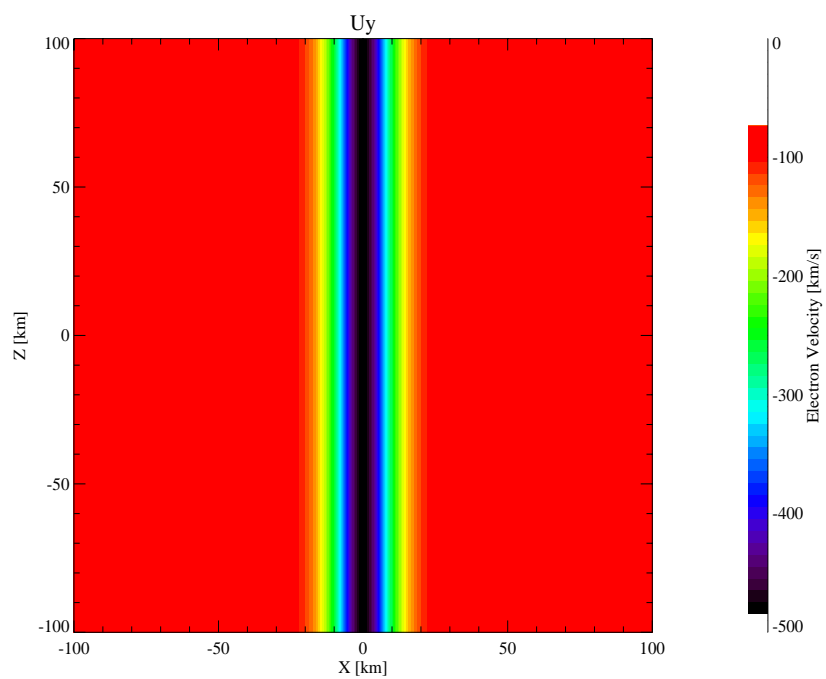


図 3.11: 電子速度 U_y のコンター・プロット (上図) と曲面プロット (下図)

第4章 結果

前節の状態、及び3章に示した境界条件を用いて、Hall-MHDシミュレーションを進めた。そして6000ステップ経過後(= 6.0 Alfvén time)のシミュレーション結果をそれぞれのパラメータについて、次ページより図 4.1 - 図 4.12 に示す。各図についての説明及び議論は次章で行う。

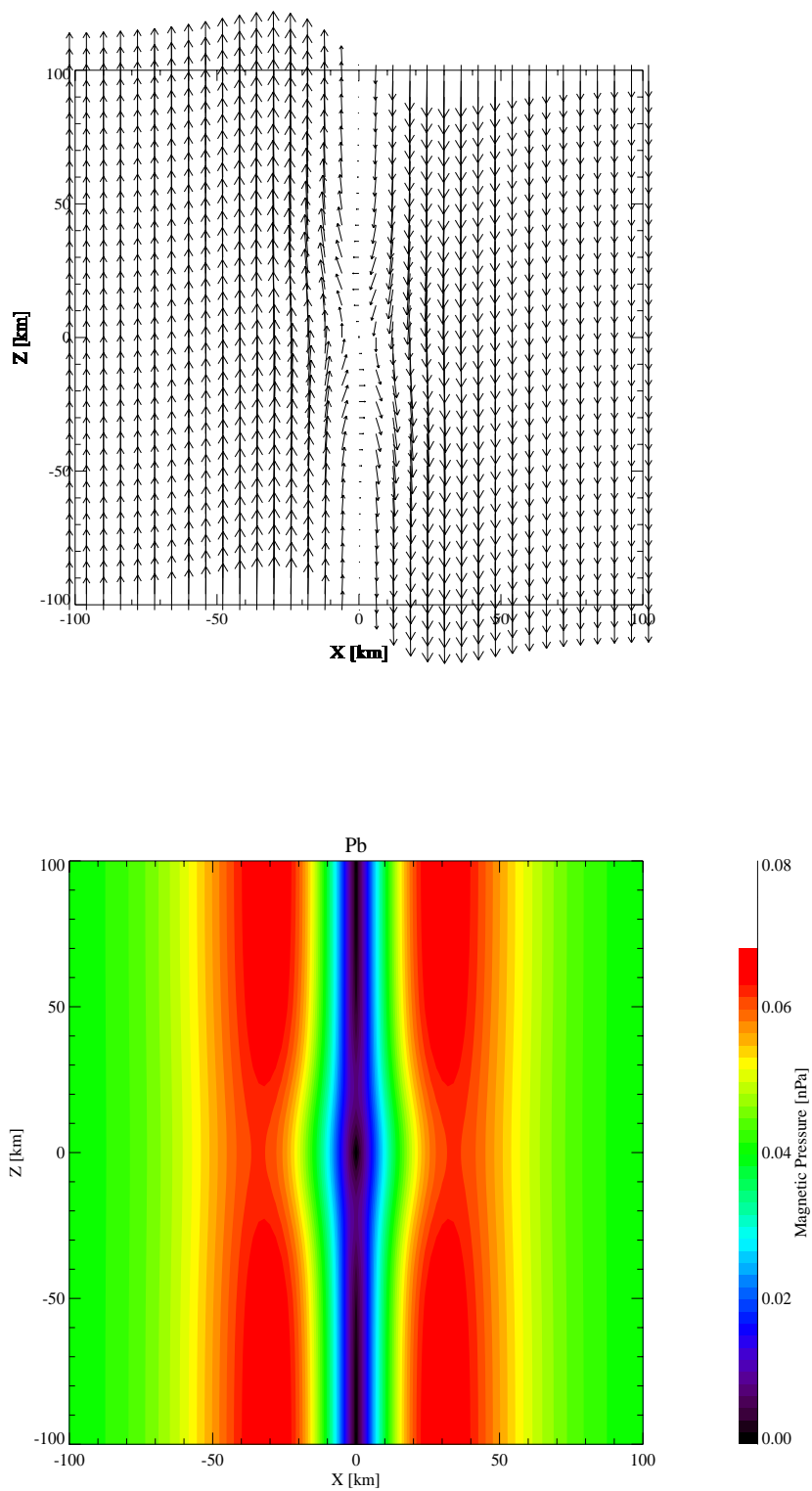


図 4.1: 矢印による磁力線のプロット (上図) と磁気圧のコンター・プロット (下図)

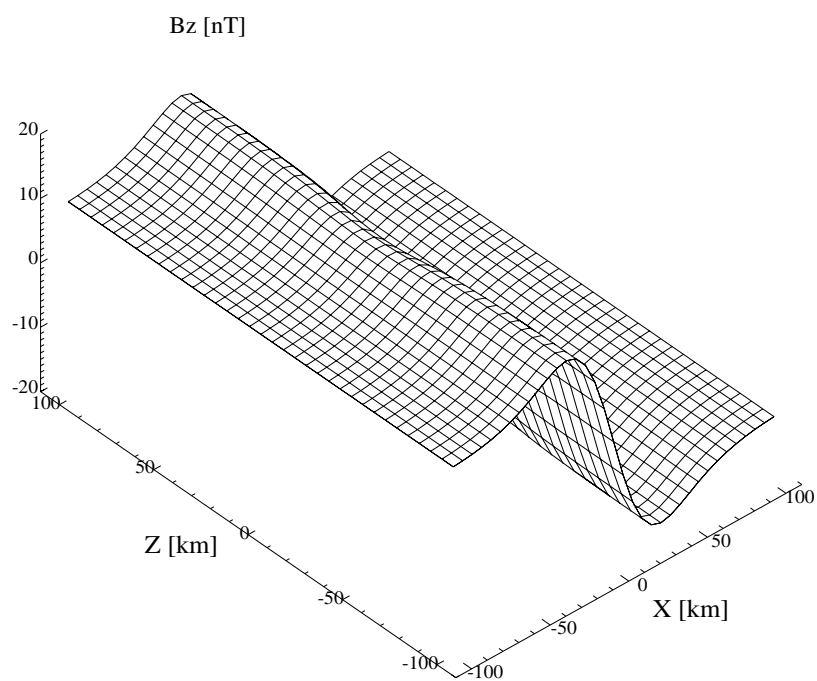
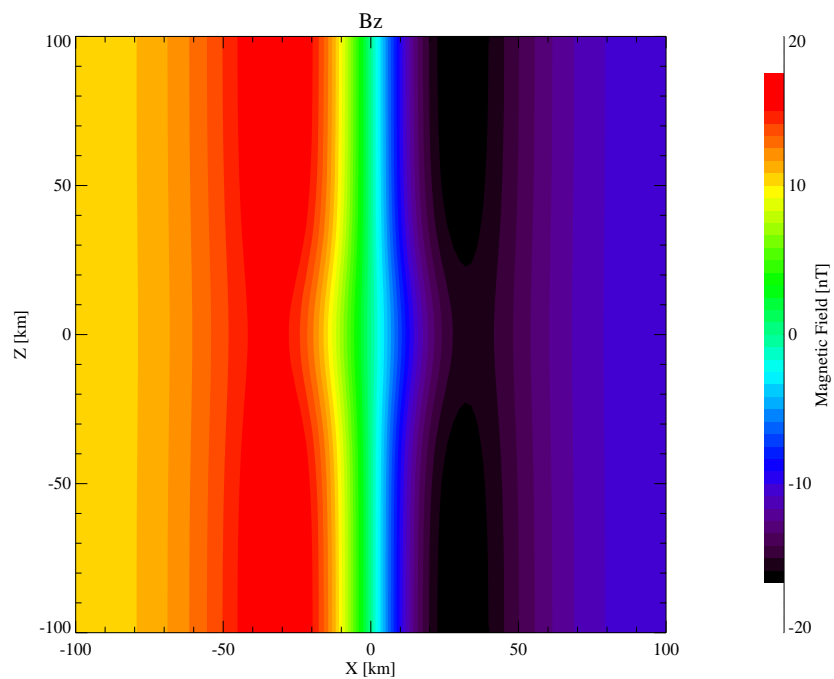


図 4.2: 磁場 B_z のコンター・プロット (上図) と曲面プロット (下図)

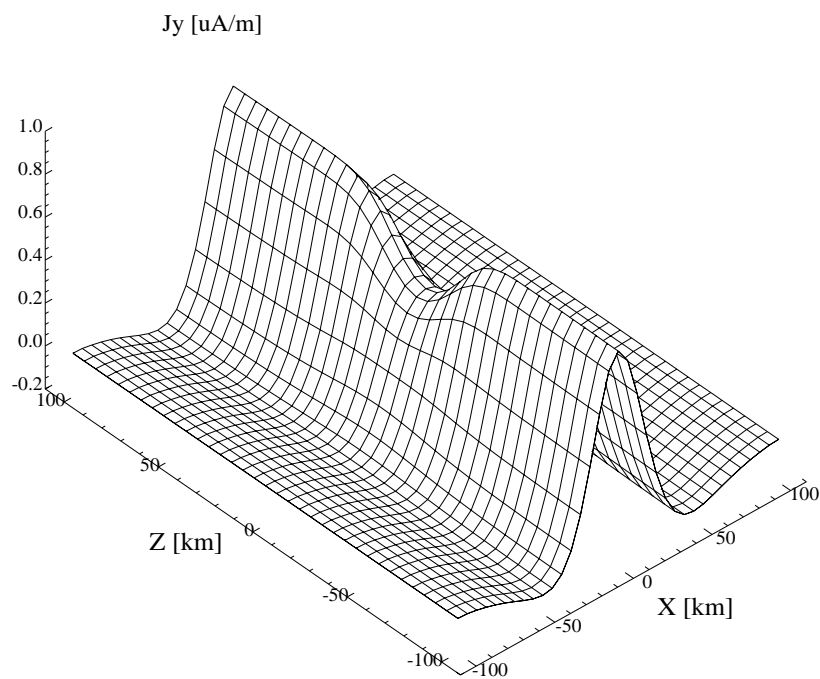
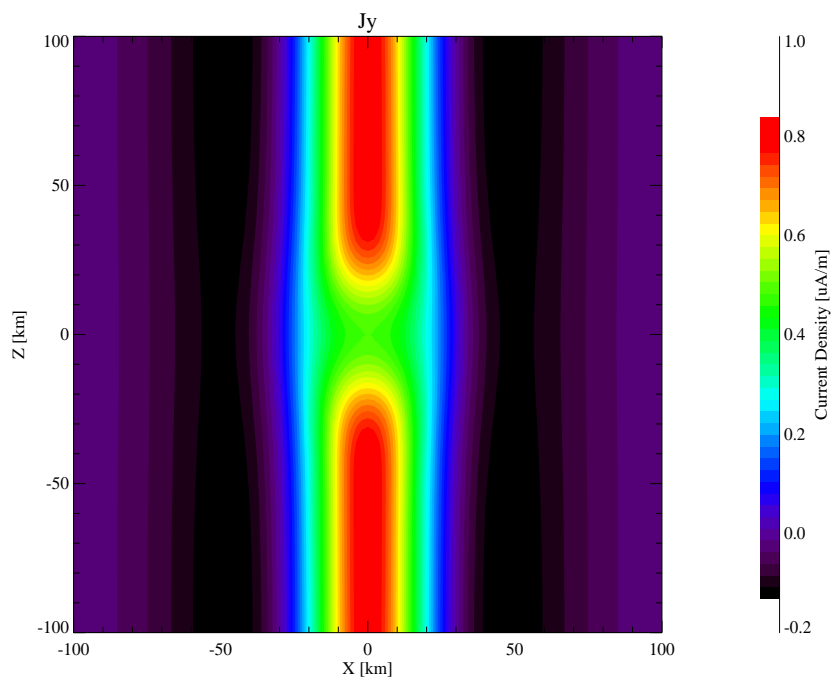


図 4.3: 電流 J_y のコンター・プロット (上図) と曲面プロット (下図)

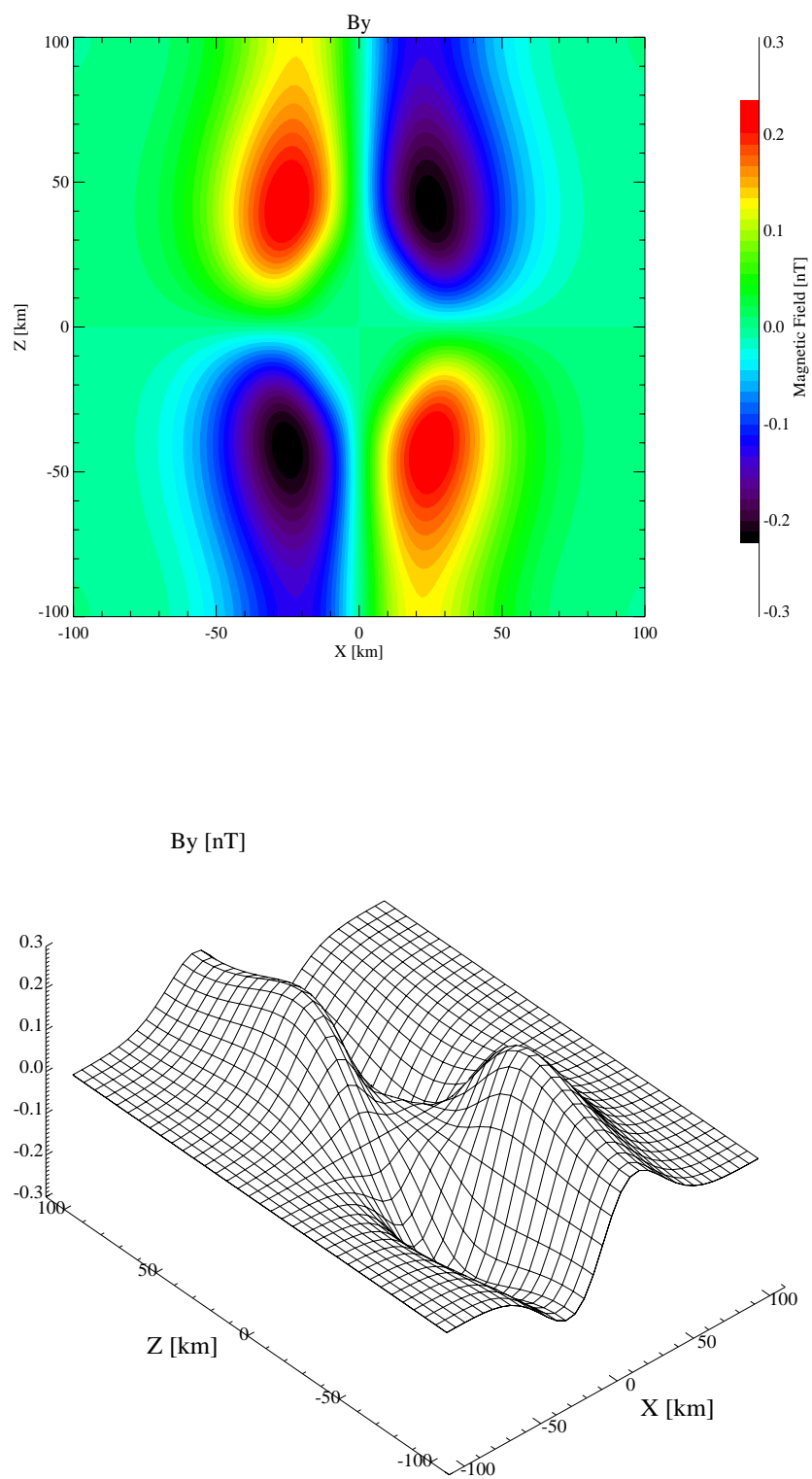


図 4.4: 磁場 B_y のコンター・プロット (上図) と曲面プロット (下図)

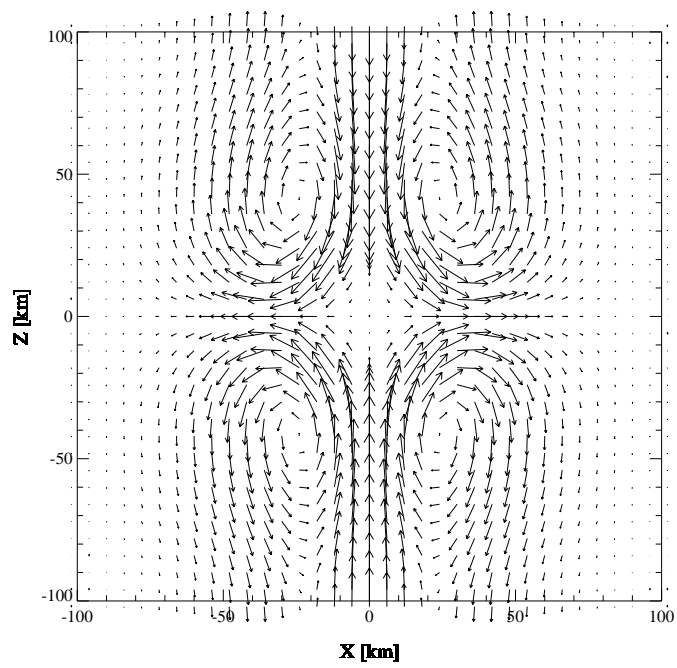


図 4.5: x-z 面内を流れる電流の矢印によるプロット

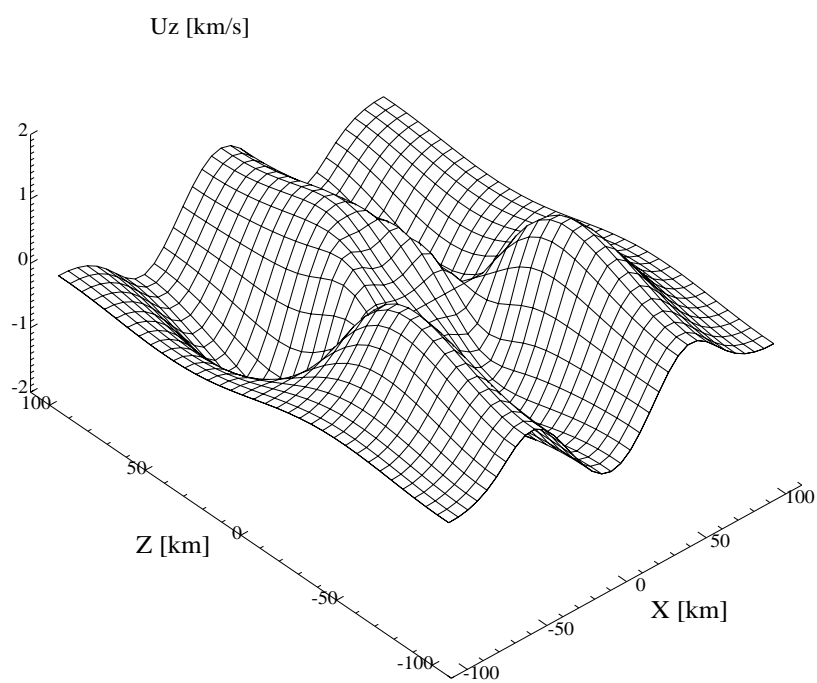
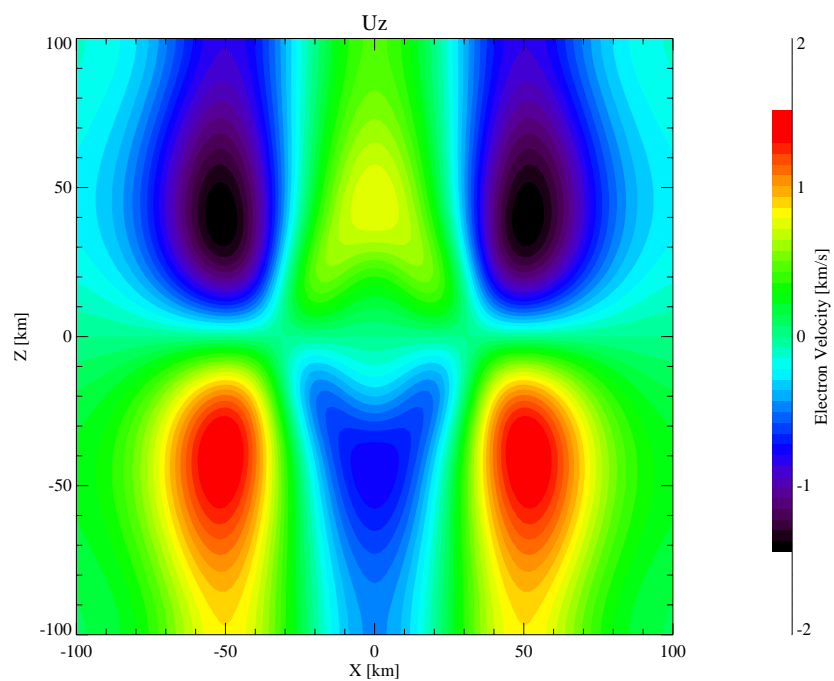


図 4.6: 電子速度 U_z のコンター・プロット (上図) と曲面プロット (下図)

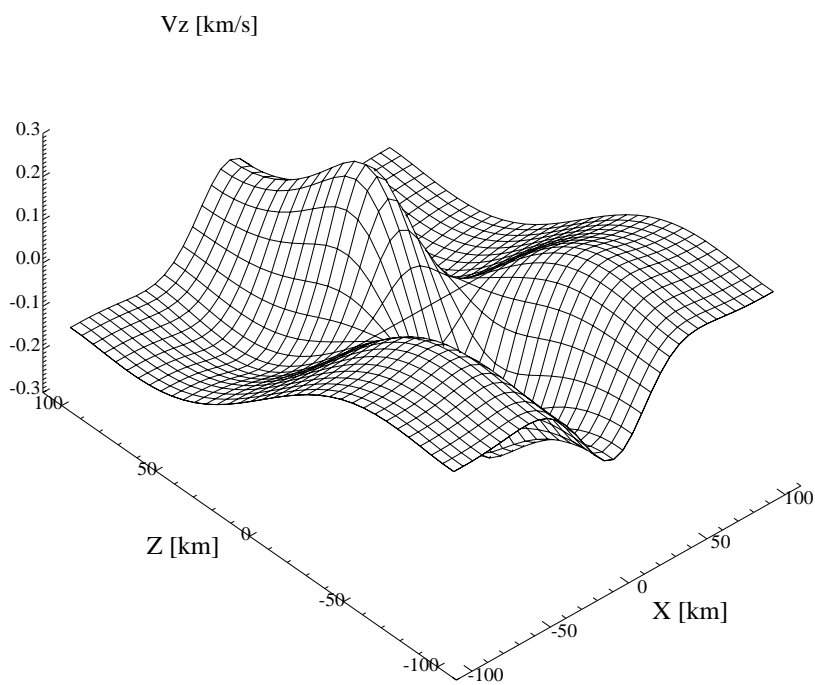
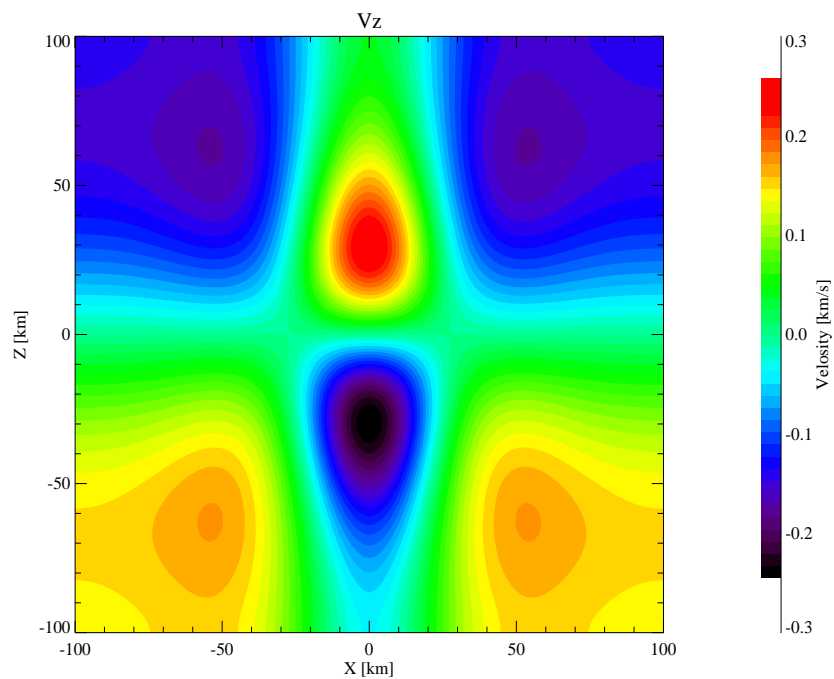


図 4.7: イオン速度 V_z のコンター・プロット (上図) と曲面プロット (下図)

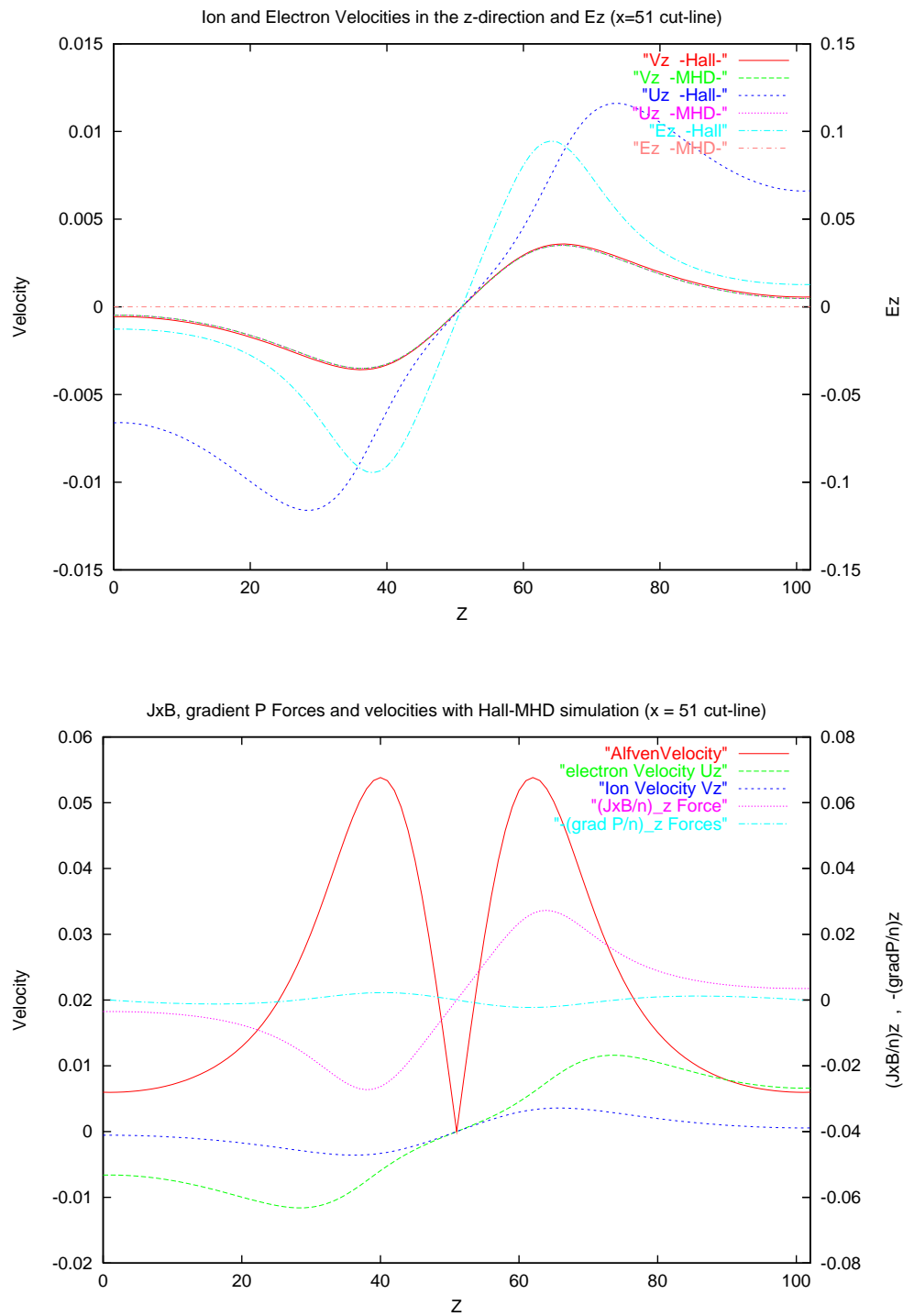


図 4.8: $x = 56$ ($= 10 \text{ km}$)におけるイオン及び電子速度の z 成分について Hall-MHD シミュレーションと MHD とを比較した図 (上図) と、Hall-MHD シミュレーションを行った場合の $x = 51$ ($= 0 \text{ km}$)におけるアルヴェン速度、電子及びイオン速度 (左軸) の z 成分と $(J \times B/n)_z$ 、及び圧力勾配 $-(\nabla p/n)_z$ (右軸) とを比較したもの (下図)。ただし図中の値は規格化された値を用いた。

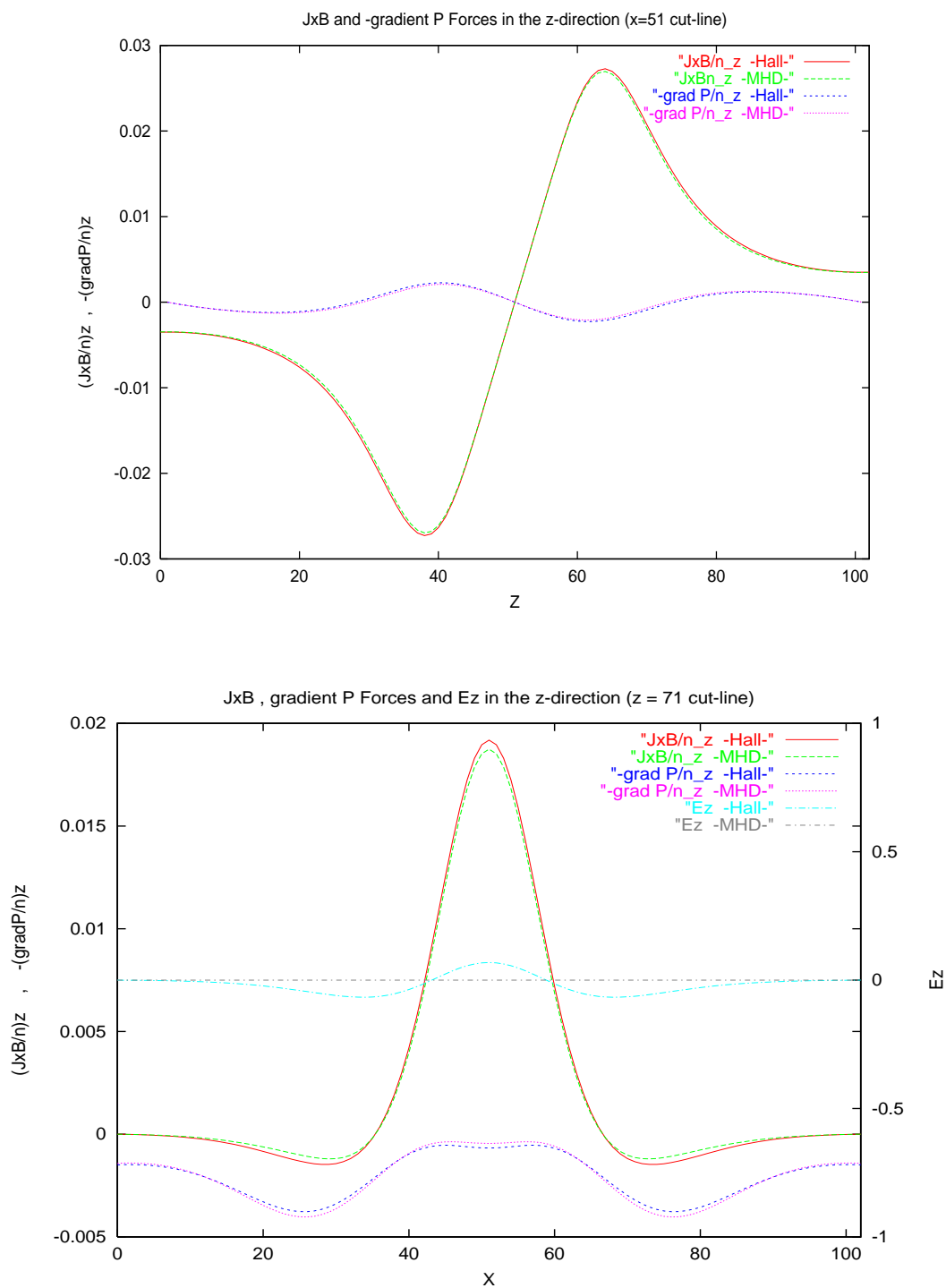


図 4.9: $x = 51 (= 0 \text{ km})$ における $(J \times B/n)_z$ と $(-\nabla p/n)_z$ について Hall-MHD シミュレーションを行った場合と MHD の場合とを比較した図 (上図) と $z = 71 (= 40 \text{ km})$ における Hall-MHD、MHD のそれぞれの場合での $(J \times B/n)_z$ 、及び $(-\nabla p/n)_z$ (左軸) と電場 E_z (右軸) をプロットしたもの (上図)。ただし図中の値は規格化された値を用いた。

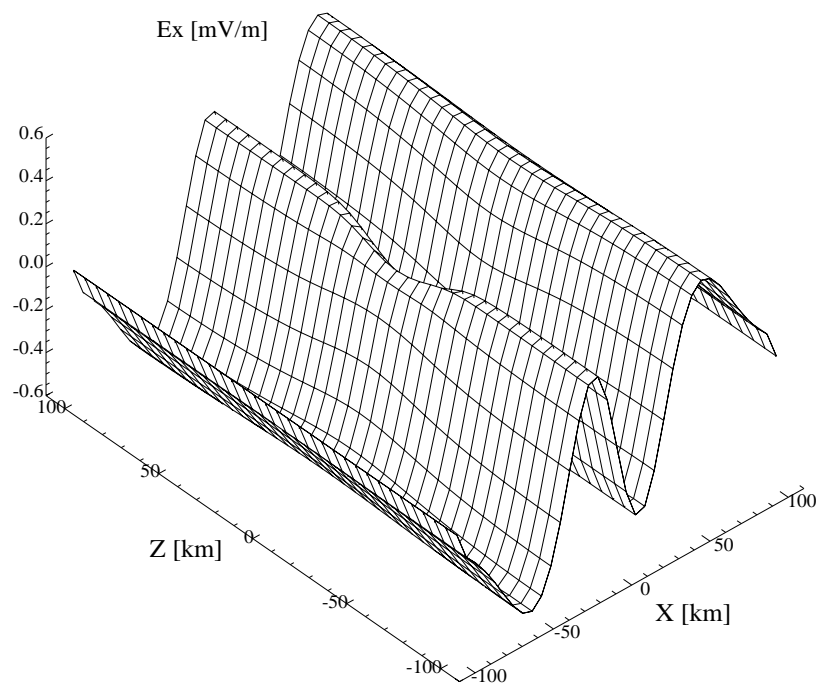
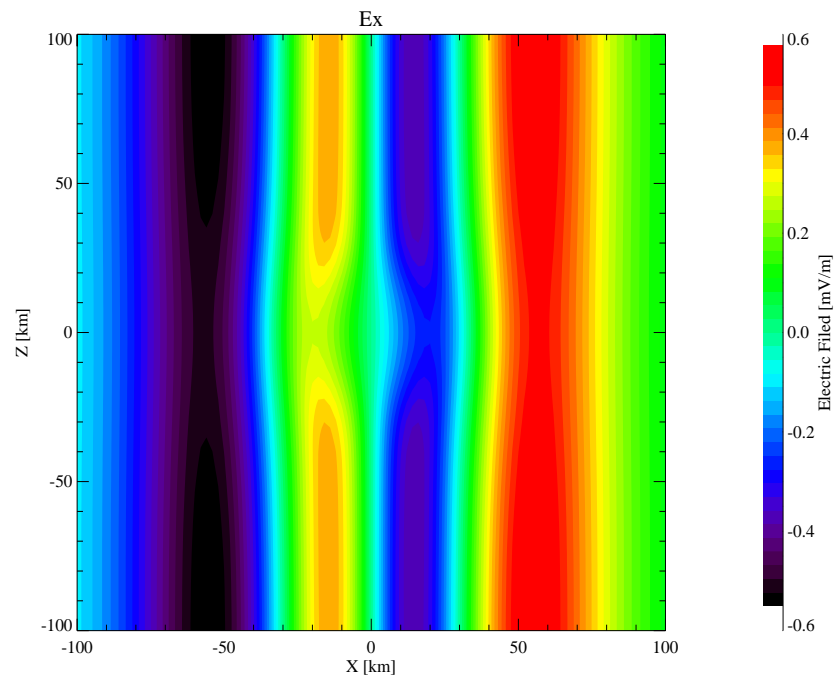


図 4.10: 電場 E_x のコンター・プロット (上図) と曲面プロット (下図)

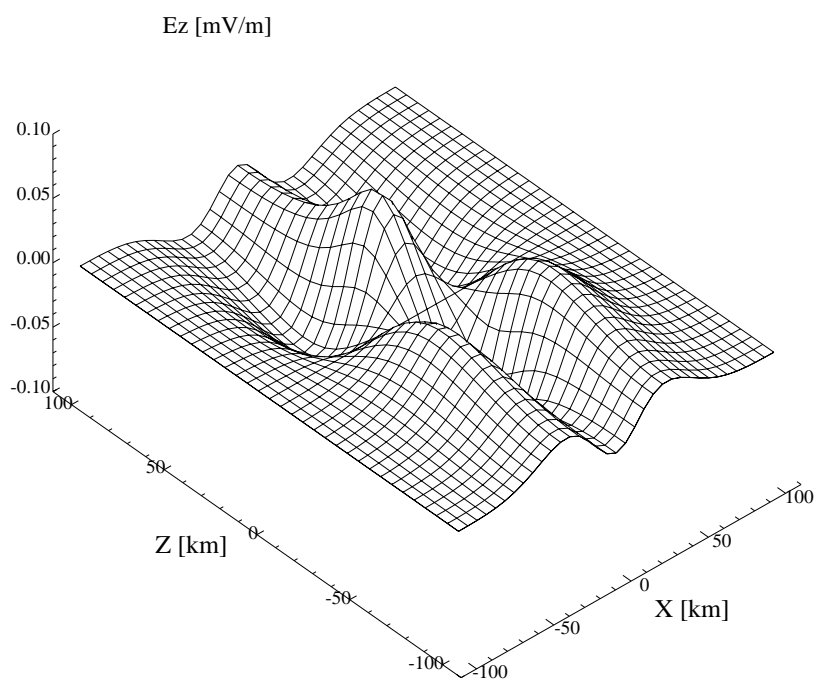
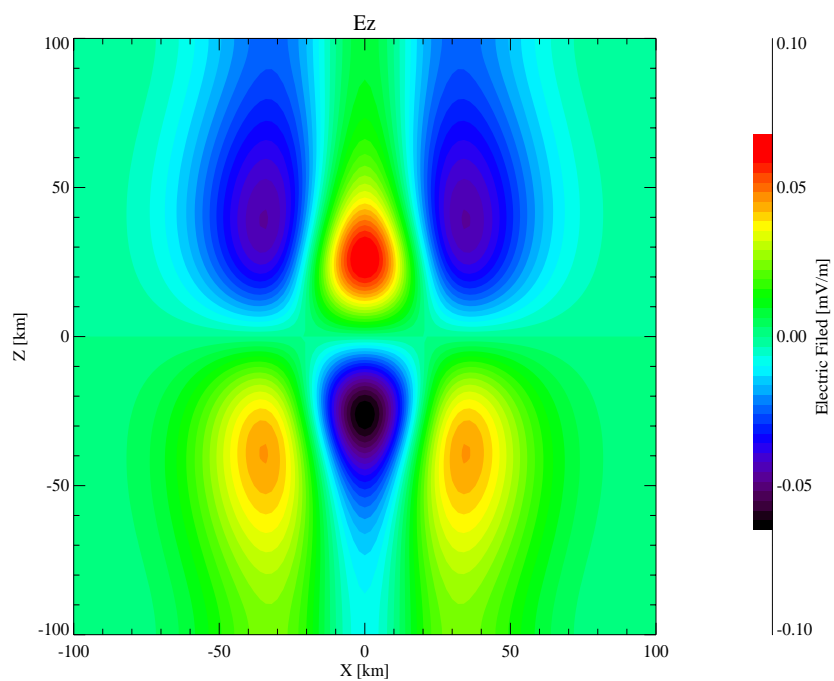


図 4.11: 電場 E_z のコンター・プロット (上図) と曲面プロット (下図)

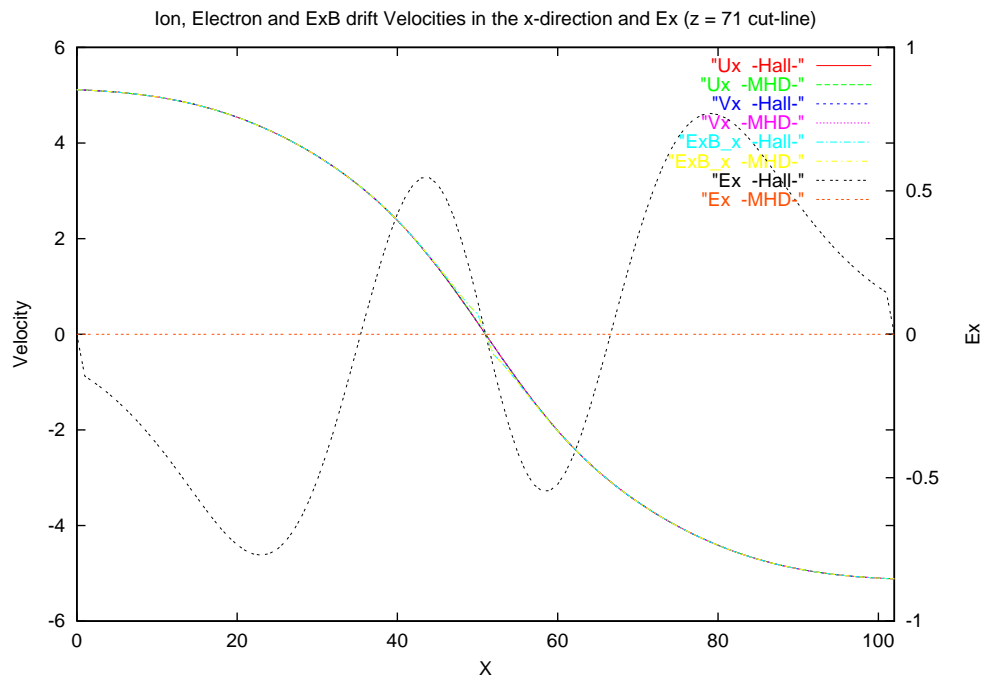


図 4.12: $x = 71$ ($= 40 \text{ km}$)における電子、イオン及び $(E \times B)_x$ ドリフト速度 (左軸) と電場 E_x (右軸) を Hall-MHD、MHD それぞれの場合で比較した図 (下図)。ただし図中の値は規格化された値を用いた。

第5章 議論及び今後の課題

5.1 考察

図 4.1 上図の中心部分で磁力線が拡散しつなぎ替わりが起きている。そのためこの領域で磁場は湾曲し、磁気張力が発生する。磁気圧については、 x 境界領域から流入するプラズマとともに運ばれてきた磁力線が電流シートの両サイドで積み重なり、磁気圧が高まっている (図 4.1 下図)。そのためこの領域で、磁場 B_z が増加し、境界領域での磁場の 2 倍程度まで高まっている (図 4.2)。また、つなぎ替わりによって生じた B_x が生み出す y 方向の電流 $(\nabla \times B)_y / \mu_0$ の分だけ中心部の電流 J_y は小さくなっている (図 4.3)。しかし、シミュレーションボックス中心部ではリコネクションにより磁気圧が解消されている様子が分かる (図 4.1 下図)。その周りには四重極磁場 (Hall 磁場) が形成されており、またこれにコンシステントな Hall 電流が生起していることが確認できる (図 4.4、図 4.5)。

電子速度、及びイオン速度はつなぎ替わりが起きている領域から $\pm z$ 方向へと掃き出されているが、それらの速度は互いに異なっていることが見てとれる (図 4.6、図 4.7)。即ち、電子とイオンとが別個の運動をするという Hall 効果を再現している。通常の MHD シミュレーションを行った場合、電子とイオンの速度は完全に一致し、速度差は全く見られなかった (図 4.8 上図)。Hall-MHD の場合は、最も速度の大きいところで比較してみると、電子速度はイオンのそれよりも 4 倍程度速い速度に加速されている。

また、電子速度の加速は X 点からすぐには上昇しておらず、少々下流に下ったところから急激に加速している。これは、磁場も電流も中心部分では非常に弱く、下流にゆくにつれてにつれて $(J \times B)_z$ が増大するためであると言える。このとき電子は加速されているが、イオンは磁場の凍結から外れているためその力を受けとることができず、電子と同じようには加速されない。従って図 4.8 下図では、磁気張力による加速が大きくなるにつれて、電子とイオンとの速度差が増している。

一方このとき、Hall-MHD シミュレーションでのイオン速度は、MHD の場合のイオン速度 (及び電子速度) と一致を示している。双方のシミュレーションにおいて Ohm の法則により抵抗の項 ηJ が生み出す電場 E は、Faraday の法則を介して磁場を作り出すが、Hall-MHD 系の場合、そこに Hall 項 $J \times B / ne$ が印加され、磁場の変動に貢献することによって、MHD の場合の $J \times B$ 力よりも一層強い磁気張力となって電子を加速する。このことは、同図にてイオンと電子速度のピークの位置が異なっており、磁場のより強い下流から急激な電子加速が起きていることと矛盾無く説明ができる。

$J \times B$ 力を、 $x = 51$ 及び $z = 71$ で切って見ると、その大きさは、Hall-MHD 系の方

がMHDのそれよりも大きいことが見て取れる(図4.9)。

Hall電場 E_x 、 E_z について、図4.10及び図4.11に示した。 x 成分、及び z 成分についても、プラズマの進行方向に対して常に電子が先んじて運動するため、その速度差がHall電場となって表れている。故に通常のMHDシミュレーションでは、この電場は一切現れていない(図4.8上図)。そして、電子の運動の逆向きが電流の向きであるため、Hall電流は図4.5のようになると解釈できる。

電場 E_x の図4.10には、電流シートの両側だけでなく、さらにその外側にもそれとは逆方向の E_x が見られる。これは図4.2で見たように B_z が x 方向に勾配を持ったことによって生じた y 方向の電流と磁場 B_z によるHall項 $(J \times B)_x$ によって生じたものであると考えられる。

x 方向についてのイオンと電子の速度差は、図4.12下図に示したように、際立った違いは見られない。これは、境界条件によって与えられたプラズマ流速がHall効果により生じるイオンと電子の速度差より圧倒的に大きいため、見にくくさせているだけであり、より細かく見るとHall E_x から換算される量の速度差は現れている。

本研究をまとめると、図4.9に示したように、Hall-MHDシミュレーションの場合、Hall効果によって通常のMHDより磁気張力を強めるという結果が得られた。即ち、X点より少々下流において、Hall効果分だけ付加された磁気張力 $(J \times B)_z$ 力が電子を駆動し、MHDシミュレーションで再現される電子速度よりも3 - 4倍も早い速度でリコネクション領域から脱出できることが確認できた。換言すれば、これは即ちHall効果によって磁力線のつなぎ替えが促進されているという結果である。つまり、磁場凍結を破るHall効果がこの結果を導いていると言える。

同図で圧力勾配力は、力の向きを示すために $-\nabla p$ としてプロットしたが、その方向、及び変動の様子は $(J \times B)_z$ と反対であり、イオンの運動方程式(2.15)から $(J \times B)_z$ を抑える方向に働いていることが分かる。しかしながら、その大きさは $(J \times B)_z$ に比べてその影響は、シミュレーションボックス全域を通して非常に小さく(図4.9)そのため無衝突プラズマ中における磁気リコネクションを駆動する力としては、 $J \times B$ 力が支配的な力であることが分かった。

5.2 今後の課題

今回の研究では、マグネットポーズの領域で反並行な磁場が定常的に存在する場合を題材に研究を進めた。しかし、実際は B_x 成分や、 B_y 成分も含まれる場合が殆どであり、それらが完全にゼロである状態というのは限られた時間しか続かない。特に今回の結果に見たHall磁場は B_y 成分であり、もし惑星間空間磁場自体に B_y が含まれている場合、IMFの B_y はHall磁場を強めたり、或いは弱めて見えなくさせたりする可能性が考えられる。

また磁気圏とマグネットシースでは、プラズマ数密度はそれぞれ $n_{msp} \sim 10\text{cm}^{-3}$ 、 $n_{msh} \sim 0.1\text{cm}^{-3}$ というように、磁気圏境界面の両サイドで密度勾配がある。[Scholer, 1989] は、この勾配に注目し、さらに磁場、プラズマ温度についても磁気圏側とマグ

ネットシースの間の差を考慮して、リコネクションの非対称性を議論している。これは大変興味深い考察であるが、使われたシミュレーションコードはMHDであり、Hall効果を一切扱っていない。

スケール長が両領域で一定である場合、イオン慣性長 δ_i は、

$$\delta_i = \frac{c}{\omega_{pi}} = c \sqrt{\frac{m_i \epsilon_0}{n_i e^2}} \propto n_i^{-1/2} \quad (5.1)$$

であるが (ϵ_0 は、真空の誘電率である) この物理量は、無次元化された Ohm の法則 (2.64) 式の中の Hall 項の係数に現れる量であり、 δ_i が大きければ、それだけ Hall 効果も大きくなることを示している。即ち、マグネットシースで現れる Hall 効果は、磁気圏側のそれより $\sqrt{n_{msp}/n_{msh}}$ 倍だけ大きくなることが予想される。

例えば Hall 磁場や Hall 電流について以上のことが実現されるならば、 $J \times B$ 力にも非対称が生じ、プラズマの加速にもマグネットポーズの両サイドで差異が生まれることになる。特にこれらのことについて、Hall-MHD でシミュレーションを行った場合、Hall 効果の非対称性が境界面を挟んでどのように現れるのかは興味深く、今後の課題である。

今回の結果では Hall 磁場や Hall 電流、またプラズマの流出速度が非常に小さく、全体的に Hall 効果が大きく現れなかった。今回、与えた抵抗は $\eta \sim 3000 \Omega m$ という極めて大きな値であり、従って磁力線の結合率は $(Rm)^{-1/2}$ より算出すると $\sim 2 \times 10^{-3}$ という非常に小さい値である。更に、与えた抵抗は特に z 座標に対して、その強度分布は常に一定であることも、リコネクションの促進が小さいことの大きな要因であると考えられる。すなわち、磁場のつなぎ替わりが十分でなかったため、プラズマ密度は中央部分で増加し、圧力もそれに従って上昇するが、それを解消するだけのリコネクションが起こらなかった。[Ugai, 1984] や [Hesse, 1999] は、電流密度依存性をもたせて与える方法を用いているが、より現実に近いリコネクションを再現するには、このように座標ではなく物理量に依存した量を用いることが必要であろう。

また、どの程度の時間スケールをシミュレーションで再現するかも問題である。今回は 6000 ステップ進めたところで結果を出したのだが、これを実際の時間に直すと 0.29 s ($= 6.0 t_A$: Alfvén time) であり、リコネクションが安定状態になるには足りないこともリコネクションがよく促されない原因の一つである。 $Rm \ll 1$ のときの磁場の拡散式は、

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \eta \nabla^2 \mathbf{B} \quad (5.2)$$

となるが、代表的な値を代入して $B/T = \eta B/L^2$ とし、拡散時間を見積もると、 $T \sim L^2/\eta \sim 1.16 \times 10^5 \text{ s}$ となるが、現在のスキームで可能な時間刻みでシミュレーションを進めるには莫大な時間を要する。

本論文では、これまで使われていたシミュレーションコードに圧力勾配力の概念を新たに導入したが、現在はイオンの圧力のみで、電子については扱っていない。これについて考えた場合、Ohm の法則の中に $-\nabla p_e$ として加えられ、電場に影響する。Faraday

の法則では $\nabla \times \nabla p_e = 0$ であるので、磁場の変化には寄与しないが、殊、Hall 電場を議論する上では、重要な検討課題である。最後に、今回使ったシミュレーションの差分スキームは、単純な Lax-Fredrich スキームであったが、2章で述べたように、このスキームは数値散逸が大きく、急勾配を与えても時間とともに平滑化されるという欠点を持っている。本研究では特に、初期条件で与えた磁場 B_z の勾配や境界条件で与えたプラズマ流速などが、各ステップ毎になだらかになってしまい、思い通りの結果が得られず、それぞれの物理量についての定量的な評価はできなかった。Appendix に載せた Lax-Wendroff スキームなどは、急勾配も保ってシミュレーションを進めることができる。しかし、このスキームは人工的な安定項を加える必要があるので、最終的には、更に高次精度の Total Variation Diminishing (TVD) スキームを用いてより現実に近いものを再現するべくシミュレーションコードを構築したい。

Appendix

Lax-Wendroff scheme

オリジナルの Lax-Wendroff スキームは 2 次のオーダーまで展開された Taylor 展開より導かれる。2 章でも用いた輸送方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

を例にとる。この u_j^n を 2 次まで展開すると

$$u_j^{n+1} = u_j^n + \Delta t \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_j^n + \frac{1}{2} (\Delta t)^2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \Big|_j^n + O((\Delta t)^3) \quad (4)$$

$$= u_j^n - c \Delta t \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} c^2 (\Delta t)^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + O((\Delta t)^3) \quad (5)$$

ただし (5.1) 式より、 $\frac{\partial u}{\partial t} = -c \frac{\partial u}{\partial x}$ かつ $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ であることを使った。ここで、空間微分を中心差分で置き換えると、

$$u_j^{n+1} = u_j^n - \frac{1}{2} c \frac{\Delta t}{\Delta x} (u_{j+1}^n - u_{j-1}^n) + \frac{1}{2} c^2 \left(\frac{\Delta t}{\Delta x} \right)^2 (u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n) \quad (6)$$

これがオリジナルの Lax-Wendroff スキームである。よく見ればこれは、FTCS スキームに右辺の最後の項が付加されたものになっており、この項が拡散的効果をもたらしてスキームを安定化させているのである。さらにこの項の追加により空間方向、そして時間方向にも 2 次の精度を持たせることができる。

Two-step Lax-Wendroff scheme

(5.4) 式は次のように 2 段階に分けて書き換えることができる。

1st step

$$u_{j+1/2}^{n+1/2} = \frac{1}{2}(u_{j+1}^n + u_j^n) - \frac{1}{2}c \frac{\Delta t}{\Delta x}(u_{j+1}^n - u_j^n) \quad (7)$$

2nd step

$$u_j^{n+1} = u_j^n - c \frac{\Delta t}{\Delta x}(u_{j+1/2}^{n+1/2} - u_{j-1/2}^{n+1/2}) \quad (8)$$

第 1 ステップで、時刻 $n + 1/2$ における仮想の格子点 $j - 1/2$ 及び $j + 1/2$ の位置で値を求める。その値を使って、第 2 ステップでもう半分時間を進めて、時刻 $n + 1$ における通常格子点上の値を算出する。つまり 2 step Lax-Wendroff スキームでは、第 1 ステップで格子幅 $1/2$ 、時間刻み $1/2$ に対する Lax スキームであり、第 2 ステップでは時間間隔 $1/2$ に対する Leap-Frog スキームになっていることがわかる。図 1 にその概念図を示した。

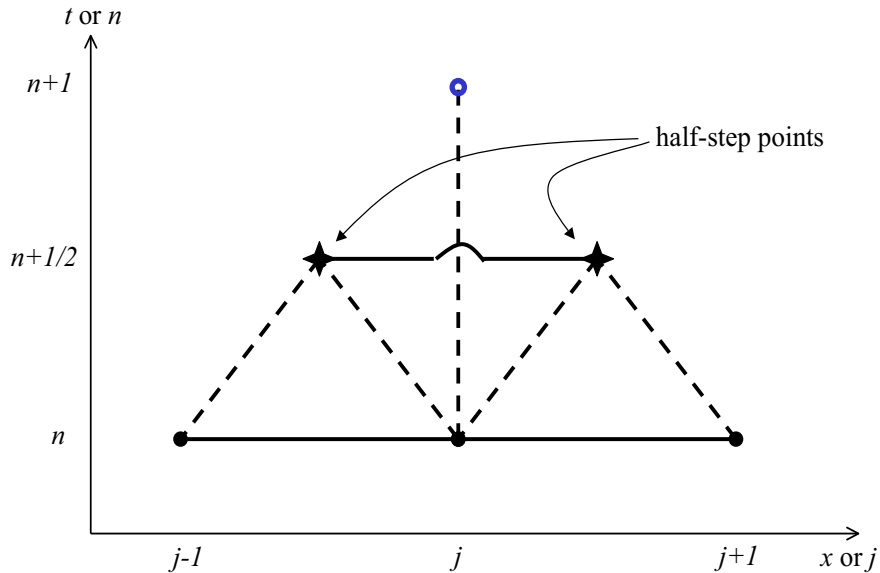


図 1: 2 step Lax-Wendroff 計算法の概念図

謝辞

本研究室で勉強させて頂いたことに感謝致します。藤井良一教授には講義やゼミを通して理論的な考え方やその方法論を教えて頂きました。それらは研究の範囲内にとどまらず、これから社会人として生きてゆくなかでも十分に役立ててゆきたいと思えます。野澤悟徳助教授は、論文の校正を事細かなところまで入念に見て下さいました。また、講義中は勿論のこと、普段の研究生活を送る中でも、曖昧さを許さずご指導して下さい、物事を追求してゆくことの厳しさを教えて頂きました。

スウェーデンに1ヶ月もの間、勉強に行かせて頂いたことには両教授に特に厚く御礼申し上げます。2年間の中でも殊に有意義で、極めて充実した日々でした。その際、Swedish Space Research Institute, Uppsala Branch (IRF-U) の Dr. Stephan C. Buchert、ならびに来年度、当研究室の助手になられる小川泰信さんには、つきっきりでご指導頂きました。愚鈍な私に、毎日のように手厚く丁寧に教えて頂いたことに厚く御礼申し上げます。かような多大な御配慮があったからこそ、研究を進めることができました。

同研究所の荻野瀧樹教授には、本研究について相談させて頂き、貴重なご助言を頂きました。有難う御座いました。

当研究室の足立和寛さんは、多くの時間を割いて私の研究について相談にのってくれました。この助力は、もはや助力の域を逸脱しそうな程、親切極まるものでした。

同僚の岩橋弘幸さんと隅山智子さんには、行き詰まったときには弱音を聞いてもらったり励まし合い、良き同僚として切磋琢磨し合って研究を進めることができました。最も多く接してきた甲斐もあって自分に欠けている多くのことを学ばせてもらいました。

同研究室の田中雄一郎さん、富田修平さんには時間をかけて本論文の校正を手伝ってもらいました。先輩らしいことは何一つしてあげられませんでした。仲良く語り過ごせたお陰でこの研究生活を楽しく過ごすことができました。有難う御座いました。

諸先生方には、研究については勿論その心構えに至るまで、最後まで懇切丁寧にご指導頂いたこと、改めて感謝の意を表します。

当研究室の同僚や、同じ部屋で過ごした友達は学生生活を送るうえで必要不可欠な人達ばかりで、笑い合い、刺激を受けながら充実した毎日を送ることができました。

また、親友である西山紀之さんには、この2年間私を精神的にしばしば助けて頂きました。明るく、感謝することを忘れないその人柄は、周りの人間をも幸せにさせるものでした。人と関係を築いていく上で大切なことを学ばせて貰いました。

最後に、これまで私を根底から支え育ててくれた両親には、どれだけ感謝してもしきれません。生を受けてから25年間、満足に恩返しのできない私を摂取不捨の愛情でこれまで育てて下さいました。心の底より感謝いたします。

参考文献

- Biskamp, D., Magnetic reconnection via current sheets, *Phys. Fluids*, *29*, 1520, 1986.
- Biskamp, D., E. Schwarz, and J. F. Drake, Ion-controlled collisionless magnetic reconnection, *Phys. Rev. Lett.*, *75*, 21, 1995.
- Biskamp, D., Magnetic reconnection in plasmas, *Cambridge University Press*, 2000.
- Book, D. L., J. P. Boris, and K. Hain, Flux-corrected transport II : Generalizations of the method, *J. Comput. Phys.*, *18*, 248, 1975.
- Deng, X. H., and Matsumoto, H., Rapid magnetic reconnection in the Earth's magnetosphere mediated by whistler waves, *Nature*, *410*, 557, 2001.
- Dungey, J. W., Interplanetary magnetic field and the auroral zones,, *Phys. Rev. Lett.*, *6*, 47, 1961.
- Kirk, J. G., D. B. Melrose, and E. R. Priest, Plasma Astrophysics, *Springer-Verlag Berlin Heidelberg*, 1994.
- Mandt, M. E., R. E. Denton and J. F. Drake, Transition to whistler mediated magnetic reconnection, *Geophys. Res. Lett.*, *21*, 1, 73, 1994.
- Hesse, M., K. Schindler, J. Birn, and M. Kuznetsova, The diffusion region in collisionless magnetic reconnection, *Phys. Plasmas*, *6*, 1781, 1999.
- Mozer, F. S., S. D. Bale, and T.D. Phan, Evidence of diffusion regions at a sub-solar magnetopause crossing, *Phys. Rev. Lett.*, *89*, 1, 2002.
- Oieroset, M., T. D. Phan, M. Fujimoto, R. P. Lin and R. P. Lepping, In situ detection of collisionless reconnection in the Earth's magnetotail, *Nature*, *412*, 414, 2001.

Press, W. H., S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, Numerical recipes in C -2nd edition, *Cambridge University Press*, 1992.

Shay, M. A., J. F. Drake, R. E. Denton, and D. Biskamp, Structure of the dissipation region during collisionless magnetic reconnection, *Geophys. Res. Lett.*, *103*, A5, 9165, 1998.

Shay, M. A., J. F. Drake, and B. N. Rogers, The scaling of collisionless, magnetic reconnection for large systems, *Geophys. Res. Lett.*, *26*, 14, 2163, 1999.

Shay, M. A., J. F. Drake, and B. N. Rogers, R. E. Denton, Alfvénic collisionless magnetic reconnection and the Hall term, *J. Geophys. Res.*, *106*, A3, 3759, 2001.

Scholer, M., Asymmetric time-dependent and stationary magnetic reconnection at the dayside magnetopause, *J. Geophys. Res.*, *94*, 15099, 1989.

Ugai, M., Dependence of fast magnetic reconnection on electrical resistivity in an isolated current-sheet system, *Phys. Fluids*, *26*, 1549, 1984.

Woolfson, M. M., and Pert, G. J., An introduction to computer simulation, *Oxford University Press*, 1999.

Zalesak, S. T., Fully multidimensional flux-corrected transport algorithms for fluids, *J. Comput. Phys.*, *31*, 335, 1979.

片岡弘匡、2次元Hall-MHDシミュレーションによるオーロラに伴うエレクトロダイナミクスの研究、名古屋大学理学研究科 2001年修士論文

関口忠、現代プラズマ工学 (1995)、株式会社オーム社

福西浩 / 国文征 / 松浦延夫、南極の科学2 オーロラと超高層大気 (1983)、国立局地研究所、株式会社古今書院

藤井孝蔵、流体力学の数値計算法 (1994)、東京大学出版会

前田坦、太陽惑星環境の物理学 (1982)、共立出版株式会社

恩藤忠典 / 丸橋克英、宇宙環境科学 (2000)、株式会社オーム社